

## بررسی سالیتون‌های یون-صوتی متراکم و رقیق در پلاسمای چند جزئی با یون‌های منفی<sup>۱</sup>

سیده راحله سجادی<sup>۲</sup> و اکبر نظری گلشن<sup>\*۲</sup>

تاریخ ارسال: ۱۳۹۵/۱۱/۱۸

تاریخ بازنگری: ۱۳۹۷/۰۵/۱۷

تاریخ تصویب: ۱۳۹۷/۰۷/۱۱

### چکیده

انتشار سالیتون‌های یون-صوتی متراکم (مثبت) و رقیق (منفی) در یک سیستم پلاسمای چندجزئی شامل یون‌های مثبت و منفی و الکترون‌ها بررسی شده است. معادله کورته و گگ-دوری ( $KdV$ ) برای سیستم پلاسمای چندجزئی نوشته شد. سپس با استفاده از روش تجزیه آدومین ( $ADM$ ) به حل معادله  $KdV$  پرداخته و جواب سالیتونی این معادله به دست آمد. همچنین تأثیر پارامترهای مختلف از قبیل غلظت یون منفی ( $n_0$ ) و سرعت ( $v$ ) بر روی امواج سالیتونی مورد نظر، بررسی شد. نتایج نشان می‌دهند برای مد سریع سالیتون‌های یون-صوتی یک غلظت بحرانی از یون‌های منفی ( $n_{c0}$ ) وجود دارد که در مقادیر کمتر از آن، سالیتون‌های متراکم و در مقادیر بیشتر از مقدار بحرانی، سالیتون‌های رقیق حضور دارند، که هر دوی این سالیتون‌ها با استفاده از معادله  $KdV$  توصیف می‌شوند.

<sup>۱</sup> شناسه دیجیتال (DOI): 10.22051/jap.2018.14040.1068

<sup>۲</sup> گروه فیزیک دانشکده علوم پایه، دانشگاه شاهد، تهران، ایران.

\* نویسنده مسئول: nazariGolshan@yahoo.com

همچنین با ثابت بودن غلظت و با افزایش سرعت، دامنه سالیتون‌های متراکم و رقیق افزایش یافته و پهنای آن‌ها کاهش می‌یابد.

**واژه‌های کلیدی:** سالیتون‌های متراکم و رقیق، سالیتون یون-صوتی، معادله KdV، روش تجزیه آدومین.

## ۱. مقدمه

انتشار امواج غیرخطی در پلاسما، مسئله مهمی در مطالعه فیزیک پلاسماست [۱، ۲]. این امواج با استفاده از معادلات دیفرانسیل غیرخطی مانند معادله KdV (Korteweg-de Vries) [۳] توصیف می‌شوند و دارای جواب سالیتونی می‌باشد.

سالیتون‌ها دارای ویژگی‌های غیرخطی می‌باشند که می‌توانند در محیط غیرخطی انتشار یابند، در واقع تشکیل سالیتون نتیجه تعادل بین پاشندگی و غیرخطیت محیط است که در نتیجه آن، شکل و سرعت امواج سالیتونی در حین انتشار و بعد از برخورد با امواج سالیتونی دیگر حفظ می‌شود [۴]. واشیمی<sup>۱</sup> و تانیوتی<sup>۲</sup> برای اولین بار سالیتون‌های یون-صوتی را با استفاده از معادله KdV توصیف کردند [۵].

در آزمایشگاه و در یک آزمایش جدید، آیکزی<sup>۳</sup> و همکارانش برای اولین بار سالیتون‌های یون-صوتی را با استفاده از دستگاه پلاسمایی دوبل مشاهده کردند [۶].

ناکامورا<sup>۴</sup> سالیتون‌های یون-صوتی را با استفاده از یک باریکه یونی در سیستم پلاسما سه جزئی به طور تجربی بررسی کرد [۷]. به طور کلی سالیتون‌های یون-صوتی توسط محققان زیادی به طور نظری و تجربی بررسی شده است و در بخشی از این مطالعات نشان داده شده است که وجود یون منفی [۸-۱۳] نقش عمده‌ای را در ناپایداری سالیتون‌های یون-صوتی ایفا می‌کند [۱۳-۱۸]. همچنین نشان داده شده است که یک غلظت بحرانی ( $r_c$ ) برای یون‌های منفی وجود دارد که در این غلظت ضریب جمله غیرخطی در معادله KdV، کاهش یافته و به سمت صفر می‌رود. در این صورت سالیتون‌ها با استفاده از معادله اصلاح شده KdV یعنی معادله mKdV توصیف می‌شوند که این معادله مراتب بالاتر غیرخطیت را توصیف می‌کند [۱۹، ۲۰]. معادله mKdV دارای یک جواب سالیتونی است که مستقل از علامت اختلال بوده و نشان‌دهنده این است

<sup>1</sup> Washimi

<sup>2</sup> Taniuti

<sup>3</sup> Ikezi

<sup>4</sup> Nakamura

که هر دو سالیتون متراکم و رقیق می‌توانند به طور همزمان در چنین پلاسمایی حضور داشته باشند، چنین سالیتون‌هایی، سالیتون‌های mKdV نامیده می‌شوند و در آزمایش‌های زیادی که با استفاده از اضافه کردن SF<sub>6</sub> به پلاسمای گاز آرگون انجام شده‌اند، مشاهده شده است [۲۱، ۲۲].

هدف کلی این مقاله بررسی تأثیر پارامتر غلظت یون منفی (r) و سرعت (v) در انتشار امواج سالیتونی با حل معادله KdV با استفاده از روش تجزیه آدومین (ADM) است.

این مقاله در این بخش‌ها تنظیم شده است: بخش اول، معرفی؛ بخش دوم، تئوری کار و ارائه روش حل؛ بخش سوم، بررسی سالیتون‌های یون-صوتی متراکم و رقیق برای سیستم پلاسمایی متشکل از Ar<sup>+</sup>, F<sup>-</sup>؛ بخش پایانی شامل نتایج است.

## ۲. تئوری و ارائه روش حل

جهت بررسی سالیتون‌های متراکم و رقیق، محیطی پلاسمایی که شامل الکترون‌هایی با تابع توزیع ماکسولی، یون‌های مثبت و همچنین یون‌های منفی است در نظر می‌گیریم و معادله حاکم بر این پلازما در مختصات دکارتی یک معادله دیفرانسیل غیرخطی است. این معادله دیفرانسیل غیرخطی برای آشفتگی کم دامنه ( $\Psi = \frac{e\phi}{kT_e} \ll 1$ ) و امواج با طول موج بلند، هنگامی که نسبت دمای یون به الکترون صفر باشد (T=0)، در پلاسمای چندجزئی با یون‌های منفی به صورت زیر است [۱۹،

[۲۳، ۲۴]

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + 6\alpha \Psi \frac{\partial \Psi}{\partial x} + 6\beta \Psi^2 \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \frac{\partial^3 \Psi}{\partial x^3} = 0 \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{1}{6} \left[ \frac{3}{2(1-r)S^4} \left( 1 - \frac{r}{\mu} \right) - \frac{1}{2} \right] \quad (2)$$

$$\beta = \frac{1}{6} \left[ \frac{15}{4(1-r)S^6} \left( 1 + \frac{r}{\mu^3} \right) - \frac{1}{4} \right] \quad (3)$$

$$S = \left( \frac{1 + \frac{r}{\mu}}{1 - r} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

$$\mu = \frac{M_-}{M_+}, \quad T = \frac{T_i}{T_e} \quad (5)$$

$$v = 2\alpha h + \beta h^2 \quad (6)$$

$$D^2 = \frac{4}{(2\alpha h + \beta h^2)} \quad (7)$$

در روابط بالا، r غلظت یون منفی، μ نسبت جرم یون منفی به یون مثبت، T نسبت دمای یون به الکترون، v سرعت سالیتون، h دامنه سالیتون و D پهنای سالیتون است. در اینجا فرض شده است

که الکترون‌ها تابع توزیع بلترزمنی دارند  $\Psi = \frac{e\phi}{kT_e} = \frac{\delta n_e}{n_e}$  به نحوی که  $\delta n_e$  چگالی الکترون اختلالی می‌باشد.

زمانی که غیرخطیت محیط زیاد نباشد ( $\beta \ll 1$ ) با تقریب بسیار خوبی می‌توان در معادله (۱) از جمله سوم در مقابل جمله دوم صرف نظر کرد. بنابراین، معادله (۱) به صورت زیر کاهش یافته و معادله KdV نامیده می‌شود [۱۹، ۲۳]،

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + 6\alpha \Psi \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \frac{\partial^3 \Psi}{\partial x^3} = 0 \quad (۸)$$

این معادله جواب سالیتونی دارد.

چندین روش جهت حل معادلات دیفرانسیل غیرخطی به کار گرفته می‌شود که از آن جمله می‌توان به روش تجزیه آدومین [۲۵-۲۹]، روش اختلال هموتوبی<sup>۱</sup> [۳۰-۳۲] و روش تکرار وردشی [۳۳] اشاره کرد. در این مقاله، معادله KdV را با استفاده از روش تجزیه آدومین حل کرده و یکی از جواب‌های سالیتونی این معادله را به دست می‌آوریم.

شرط اولیه زیر جهت حل معادله (۸) به روش تجزیه آدومین در نظر گرفته می‌شود

$$\Psi(x, 0) = \frac{4h(e^{x/D})^2}{((e^{x/D})^2 + 1)^2} \quad (۹)$$

که در آن طبق رابطه‌های (۶) و (۷) و با فرض غیرخطیت ضعیف ( $\beta \ll 1$ ) و  $h$  و  $D$  به صورت زیر به دست می‌آیند،

$$h = \frac{v}{2\alpha}, \quad D^2 h = \frac{2}{\alpha} \quad (۱۰)$$

طبق روش تجزیه آدومین برای  $\Psi$  یک سری به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$\Psi(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(x, t) \quad (۱۱)$$

معادله (۸) را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت

$$\Psi_t + 6\alpha \Psi \Psi_x + \Psi_{xxx} = 0 \quad (۱۲)$$

شکل اپراتوری معادله (۱۲) به صورت زیر نوشته می‌شود

$$L_t \Psi + 6\alpha \Psi \Psi_x + \Psi_{xxx} = 0 \quad (۱۳)$$

اپراتور  $L_t$  و معکوس آن  $L_t^{-1}$  به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$L_t = \frac{\partial}{\partial x}, \quad L_t^{-1}(\cdot) = \int_0^t (\cdot) dt \quad (۱۴)$$

<sup>1</sup> Homotopy perturbation method

با اعمال اپراتور معکوس  $L_t^{-1}$  به دو طرف معادله (۱۳) داریم

$$L_t^{-1} L_t \Psi(x, t) = -6\alpha L_t^{-1} \Psi \Psi_x - L_t^{-1} \Psi_{xxx} \quad (15)$$

پس از اعمال اپراتور معکوس، معادله (۱۵) به شکل زیر نوشته می شود

$$\Psi(x, t) - \Psi(x, 0) = -6\alpha L_t^{-1} \Psi \Psi_x - L_t^{-1} \Psi_{xxx} \quad (16)$$

با تعریف روابط

$$\Psi \Psi_x = F(\Psi(x, t)) , \quad (17)$$

$$F(\Psi(x, t)) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n$$

می توان معادله (۱۶) را به صورت زیر نوشت

$$\Psi(x, t) = \Psi(x, 0) - 6\alpha L_t^{-1} \left( \sum_{n=0}^{\infty} A_n \right) - L_t^{-1} \Psi_{xxx} \quad (18)$$

با جایگذاری رابطه های (۹) و (۱۱) در رابطه (۱۸) داریم

$$\sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(x, t) = \frac{4h(e^{x/D})^2}{((e^{x/D})^2 + 1)^2} - 6\alpha L_t^{-1} \left( \sum_{n=0}^{\infty} A_n \right) - L_t^{-1} \left( \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(x, t) \right)_{xxx} \quad (19)$$

$\Psi_n$ ها با استفاده از روابط بازگشتی به صورت زیر نوشته می شوند

$$\Psi_0(x, t) = \frac{4h(e^{x/D})^2}{((e^{x/D})^2 + 1)^2} \quad (20)$$

$$\Psi_{k+1}(x, t) = -6\alpha L_t^{-1} \left( \sum_{n=0}^{\infty} A_n \right) - L_t^{-1} \left( \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(x, t) \right)_{xxx}, k \geq 0$$

$A_n$  چند جمله ای های آدومین نامیده می شود که برای عبارت غیر خطی  $F(\Psi)$  می تواند با رابطه زیر

بیان شود

$$A_n = \frac{1}{n!} \frac{d^n}{d\lambda^n} \left[ F \left( \sum_{i=0}^n \lambda^i \Psi_i \right) \right]_{\lambda=0}, \quad (21)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

فرمول (۲۱) را می توان به صورت زیر نیز ساده کرد، با فرض اینکه تابع  $F(\Psi)$  غیر خطی است،

بنابراین با استفاده از معادله (۲۱) چند جمله ای های آدومین، به صورت زیر به دست می آیند

$$A_0 = F(\Psi_0) \quad (22)$$

$$A_1 = \Psi_1 F'(\Psi_0)$$

$$A_2 = \Psi_2 F'(\Psi_0) + \frac{1}{2!} \Psi_1^2 F''(\Psi_0)$$

$$A_3 = \Psi_3 F'(\Psi_0) + \Psi_1 \Psi_2 F''(\Psi_0) + \frac{1}{3!} \Psi_1^3 F'''(\Psi_0) , \dots$$

بنابراین، زمانی که عبارت غیرخطی به صورت  $F(\Psi) = \Psi\Psi_x$  باشد، آنگاه معادله (۲۲) به صورت زیر به دست می‌آید

$$A_0 = \Psi_0\Psi_{0x} \quad (۲۳)$$

$$A_1 = \Psi_{0x}\Psi_1 + \Psi_{1x}\Psi_0$$

$$A_2 = \Psi_{0x}\Psi_2 + \Psi_{1x}\Psi_1 + \Psi_{2x}\Psi_0$$

$$A_3 = \Psi_{0x}\Psi_3 + \Psi_{1x}\Psi_2 + \Psi_{2x}\Psi_1 + \Psi_{3x}\Psi_0$$

$$A_4 = \Psi_{0x}\Psi_4 + \Psi_{1x}\Psi_3 + \Psi_{2x}\Psi_2 + \Psi_{3x}\Psi_1 + \Psi_{4x}\Psi_0, \dots$$

با محاسبه  $A_n$  ها و جایگذاری آن‌ها در رابطه (۲۰)،  $\Psi_n$  ها به صورت زیر تعیین می‌شوند

$$\Psi_0(x, t) = \frac{4h(e^{x/D})^2}{((e^{x/D})^2 + 1)^2} \quad (۲۴)$$

$$\Psi_1 = \frac{8h(e^{x/D})^2((e^{x/D})^2 - 1)v}{((e^{x/D})^2 + 1)^3} t$$

$$\Psi_2(x, t) = \frac{4hv^2(e^{x/D})^2}{D^2}$$

$$\left\{ \frac{[(e^{x/D})^4 - 6(e^{x/D})^2 + 1]}{((e^{x/D})^2 + 1)^4} + \frac{[(e^{x/D})^2 - 1]^2}{((e^{x/D})^2 + 1)^4} \right\} t^2, \dots$$

با جایگذاری رابطه (۲۴) در رابطه (۱۱) داریم

$$\Psi(x, t) = \frac{4h(e^{x/D})^2}{((e^{x/D})^2 + 1)^2} + \frac{8h(e^{x/D})^2((e^{x/D})^2 - 1)v}{((e^{x/D})^2 + 1)^3} t + \frac{4hv^2(e^{x/D})^2}{D^2} \quad (۲۵)$$

$$\left\{ \frac{[(e^{x/D})^4 - 6(e^{x/D})^2 + 1]}{((e^{x/D})^2 + 1)^4} + \frac{[(e^{x/D})^2 - 1]^2}{((e^{x/D})^2 + 1)^4} \right\} t^2, \dots$$

اگر جملات بعدی را در رابطه (۲۴) محاسبه کرده و به رابطه (۲۵) اضافه کنیم، در می‌یابیم که

رابطه (۲۵) بسط عبارت زیر است

$$\Psi = h \operatorname{sech}^2\left(\frac{x - vt}{D}\right), \quad \xi = x - vt \quad (۲۶)$$

رابطه (۲۶) جواب دقیق معادله (۸) بوده و با جواب به دست آمده از طریق پتانسیل ساگدیف در

مرجع [۱۵] مطابقت کامل دارد.

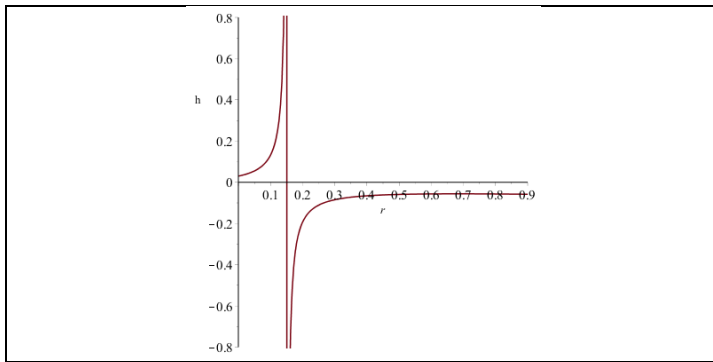
### ۳. بررسی سالیتون‌های متراکم و رقیق

شکل ۱ نمودار تغییرات دامنه سالیتون را بر حسب غلظت یون منفی برای پلاسمای متشکل از

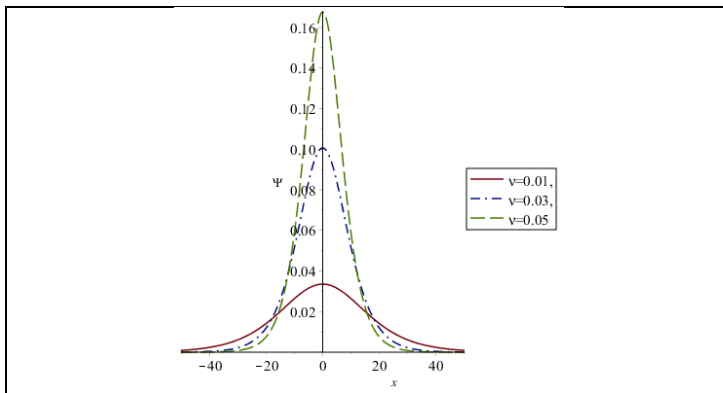
$Ar^+$ ,  $F^-$  نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۱ در می‌یابیم که در غلظت خاصی (همان غلظت بحرانی

$(r_c)$ ) نمودار تبدیل به خط عمودی می‌شود که این موضوع نشان‌دهنده آن است که در این غلظت

یک مقدار بحرانی از یون‌های منفی وجود دارد. به عبارت دیگر، در این نقطه بحرانی، سالیتون‌ها را نمی‌توان با استفاده از معادله  $KdV$  توصیف کرد زیرا در این غلظت ضریب غیرخطیت یعنی  $\alpha$  در معادله  $KdV$  صفر می‌شود. با دقت در شکل ۱، در مقادیر کمتر از غلظت بحرانی سالیتون‌های متراکم و در مقادیر بیشتر از آن سالیتون‌های رقیق را داریم که هر دوی این سالیتون‌ها با استفاده از معادله  $KdV$  توصیف می‌شوند. در غلظت بحرانی یون‌های منفی ( $r = r_c$ ) سالیتون‌های متراکم و رقیق همزمان حضور دارند، که این سالیتون‌ها با استفاده از معادله تعمیم یافته  $KdV$  که به اصطلاح سالیتون‌های  $mKdV$  نامیده می‌شوند، توصیف می‌شوند. همچنین مشاهده می‌شود که دامنه سالیتون‌های متراکم با افزایش غلظت یون منفی افزایش می‌یابد و برای سالیتون‌های رقیق با افزایش غلظت یون منفی بزرگی دامنه کاهش می‌یابد.

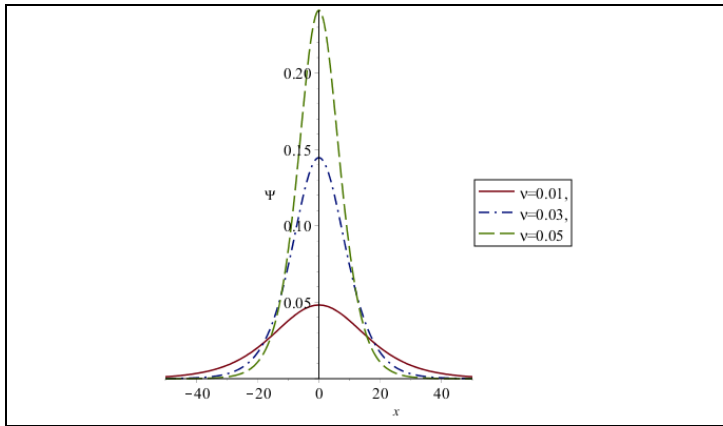


شکل ۱. تغییرات دامنه ( $h$ ) بر حسب غلظت یون منفی ( $r$ ) برای  $\mu = 0.476$  و  $\nu = 0.01$ .



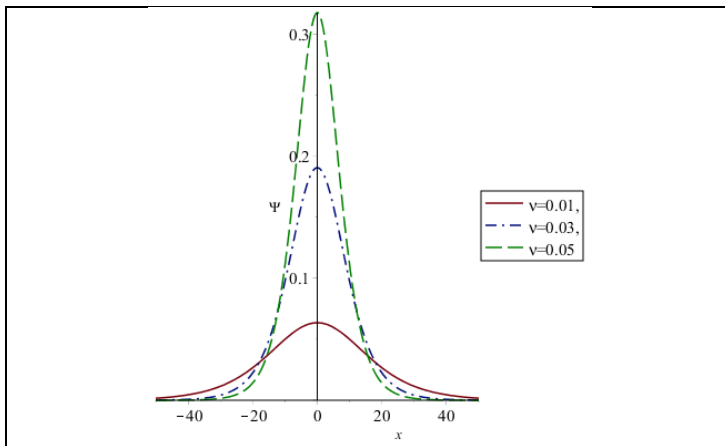
شکل ۲. تغییرات دامنه ( $h$ ) و پهنای ( $D$ ) سالیتون متراکم بر حسب مکان ( $x$ ) برای

$r = 0.01$  در سرعت‌های مختلف،  $\mu = 0.476$ .



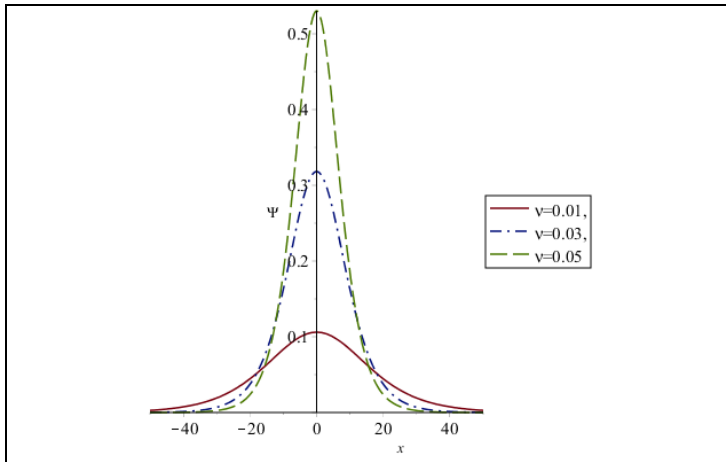
شکل ۳. تغییرات دامنه (h) و پهنای (D) سالیتون متراکم بر حسب مکان (x) برای  $r = 0.04$  در سرعت‌های مختلف،  $\mu = 0.476$

در شکل‌های ۵-۲ تغییرات دامنه و پهنای سالیتون متراکم در غلظت‌های مختلف، و در هر غلظت برای سرعت‌های مختلف رسم شده است. همانطور که از نمودارها مشخص است با افزایش غلظت دامنه سالیتون‌ها افزایش می‌یابد و پهنای سالیتون‌ها ثابت می‌ماند.



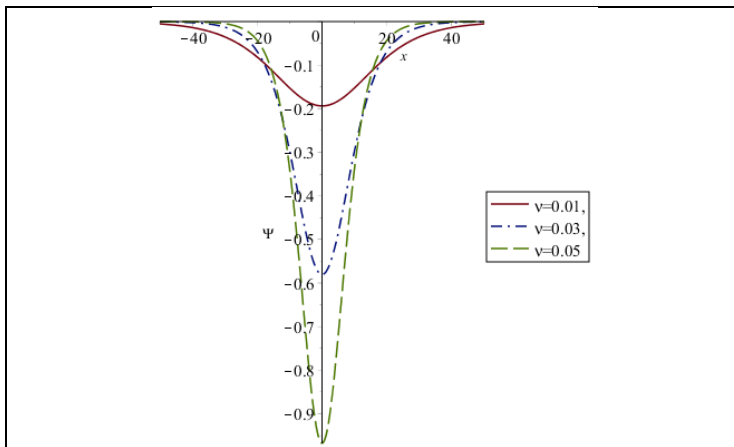
شکل ۴. تغییرات دامنه (h) و پهنای (D) سالیتون متراکم بر حسب مکان (x) برای  $r = 0.06$  در سرعت‌های مختلف،  $\mu = 0.476$



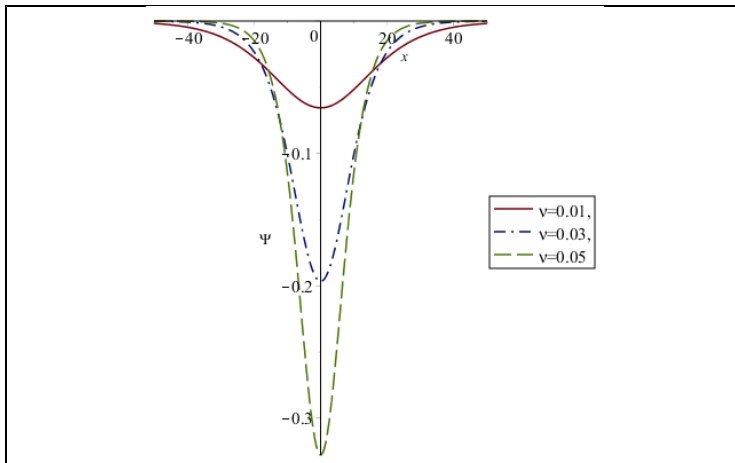


**شکل ۵.** تغییرات دامنه (h) و پهنای (D) سالیتون متراکم بر حسب مکان (x) برای  $r = 0.09$  در سرعت‌های مختلف،  $\mu = 0.476$

همچنین با توجه به نمودارها در هر غلظت با افزایش سرعت سالیتون، دامنه سالیتون افزایش می‌یابد و پهنای کاهش می‌یابد، که این افزایش دامنه و کاهش پهنای با توجه به خاصیت اساسی سالیتون یعنی تعادل بین پاشندگی و غیرخطیت است.

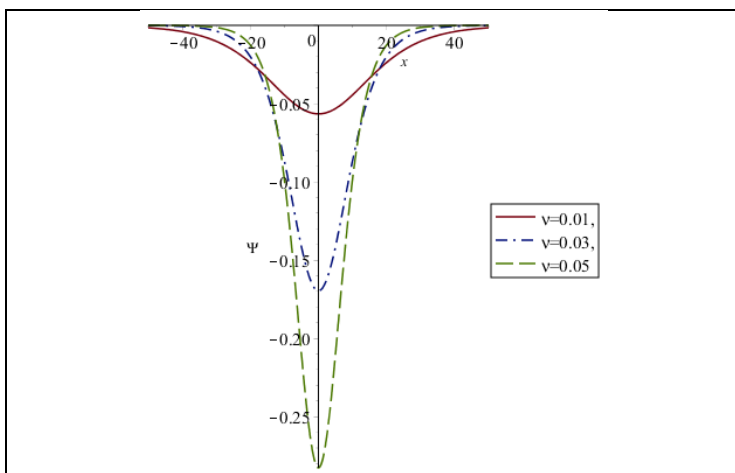


**شکل ۶.** تغییرات دامنه و پهنای سالیتون رقیق بر حسب مکان (x) برای  $r = 0.2$  در سرعت‌های مختلف،  $\mu = 0.476$

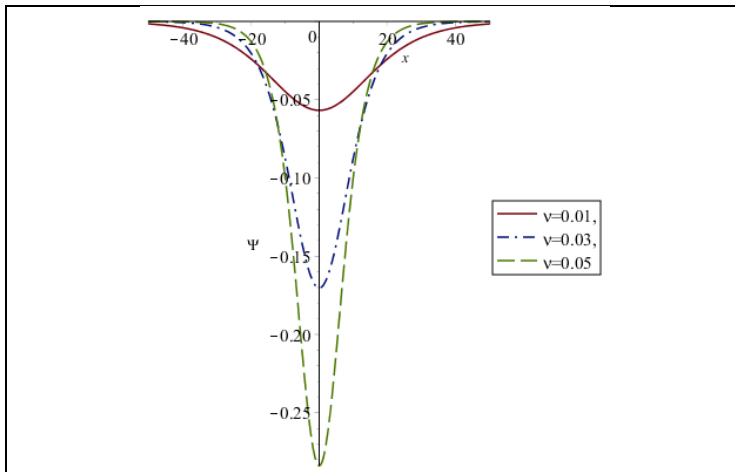


شکل ۷. تغییرات دامنه و پهنای سالیتون رقیق بر حسب مکان (x) برای  $r = 0.4$  در سرعت‌های مختلف،  $\mu = 0.476$ .

در شکل‌های ۹-۶ تغییرات دامنه و پهنای سالیتون‌های رقیق در غلظت‌های مختلف، و در هر غلظت برای سرعت‌های مختلف رسم شده است. همانطور که در شکل‌های ۹-۶ مشخص است با افزایش غلظت تا مقدار مشخصی از غلظت یون منفی بزرگی دامنه کاهش می‌یابد و از آن مقدار به بعد کمی افزایش می‌یابد.



شکل ۸. تغییرات دامنه و پهنای سالیتون رقیق بر حسب مکان (x) برای  $r = 0.6$  در سرعت‌های مختلف،  $\mu = 0.476$ .



شکل ۹. تغییرات دامنه و پهنای سالیتون رقیق بر حسب مکان (x) برای  $r = 0.8$  در سرعت‌های مختلف،  $\mu = 0.476$ .

با توجه به شکل‌های ۹-۶ پهنای سالیتون‌ها در غلظت‌های مختلف ثابت می‌ماند. همچنین با ثابت بودن غلظت، با افزایش سرعت بزرگی دامنه افزایش یافته و پهنای کاهش می‌یابد.

#### ۴. نتایج

در ابتدا با معرفی روش تجزیه آدومین به حل معادله کورته و گگ‌دوری پرداختیم و جواب سالیتونی این معادله را به دست آوردیم. سپس جواب سالیتونی به دست آمده را بررسی کردیم و دریافتیم که برای مد سریع سالیتون‌های یون صوتی یک غلظت بحرانی از یون‌های منفی وجود دارد که در مقادیر کمتر از این غلظت بحرانی، سالیتون‌های متراکم را داریم که دامنه این سالیتون‌ها با افزایش غلظت یون منفی افزایش می‌یابد. همچنین مشخص شد که در مقادیر بیشتر از غلظت بحرانی یون‌های منفی، سالیتون‌های رقیق حضور دارند که بزرگی دامنه این سالیتون‌ها با افزایش غلظت یون منفی کاهش می‌یابد. در غلظت بحرانی سالیتون‌های متراکم و رقیق همزمان حضور دارند که این سالیتون‌ها با استفاده از مراتب بالاتر غیرخطیت یعنی با استفاده از معادله تعمیم یافته کورته و گگ‌دوری توصیف می‌شوند. همچنین با ثابت بودن غلظت و با افزایش سرعت، دامنه سالیتون‌های متراکم و رقیق افزایش یافته و پهنای آن‌ها کاهش می‌یابد.

## منابع

1. E. Infeld and G. Roland, *Nonlinear Waves, Soliton and Chaos* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 1990).
2. R. C. Davidson, *Method of Nonlinear Plasma Theory* (Academic, New York, 1972).
3. P. G. Drazin and R. S. Johnson, *Soliton: An Introduction* (Cambridge University Press, Cambridge, 1989).
4. S. K. Sharma, K. Devi, N. C. Adhikary and H. Bailung, *Phys. Plasmas* **15**, 082111 (2008).
5. H. Washimi and T. Taniuti, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 996 (1966).
6. H. Ikezi, R. J. Taylor and D. R. Baker, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 11 (1970).
7. Y. Nakamura, *Phys. Plasma. Control. Fusion* **41** (1999).
8. F. Araghi and D. Dorrnian, *J. Theor. Appl. Phys.* **7**, 41 (2013).
9. S. AliShan, N. Akhtar and S. Ali, *Astrophys. Space Sci.* **351**, 181–190 (2014).
10. A. Kumar and V. Mathew, *Physics of Plasmas* **24**, 092107 (2017).
11. B. Roy, S. Mukherjee, *International Journal of Nonlinear Science* **23**, 67-74 (2017).
12. Yu. V. Medvedev, *Plasma Physics Reports* **43**, 37-43 (2017).
13. H. Bailung, S. K. Sharma and Y. Nakamura, *Phys. Plasmas* **17**, 062103 (2010).
14. S. Hussain, N. Akhtar and S. Mahmood, *Astrophysics and Space Science* **338**(2), (2011).
15. M. K. Mishra and R. S. Chhabra, *Phys. Plasmas* **3**, (1996).
16. M. A. Allen, S. Phibanchon and G. Rowlands, *J. Phys. Plasmas*, Vol. **73**, Part 2, PP. 215-229, (2007).
17. B. C. Kalita and N. Devi, *Physics of Fluids B* **5**, 440 (1993).
18. O. H. El-Kalaawy, *Phys. Plasmas* **18**, 112302 (2011).
19. S. Watanabe, *J. Phys. Soc. Jpn.* **53**, 952 (1984).
20. S. G. Tagare, *J. Phys. Plasmas* **36**, 301 (1986).
21. Y. Nakamura and I. Tsukabayashi, *Phys. Rev. Lett.* **52**, 2356 (1984).
22. Y. Nakamura and I. Tsukabayashi, *J. Phys. Plasma* **34**, 401 (1985).
23. G. C. Das, *Phys. Plasma* **21**, 257 (1979).
24. Y. Nakamura, *Nonlinear and Environmental Electromagnetics*, edited by H. Kikuchi (Elsevier, Amsterdam, 1985), P. 139.
25. G. Adomian, *Solving Frontier Problems of Physics: The Decomposition Method* (Kluwer, Boston, 1994).
26. A. M. Wazwaz, *"Partial Differential Equation and Solitary Wave Theory Nonlinear Physical Science"*, Springer (2010).

27. S. S. Nourazar, A. Nazari-Golshan, A. Yildirim, and M. Nourazar, *Z. Naturforsch. A* 67, 355 (2012).
28. A. Nazari-golshan, S. S. Nourazar, P. Parvin, and H. Ghafoori-Fard, *Astrophys. Space Sci.* 349, 205–214 (2014).
29. A. Nazari-golshan, *Phys. Plasmas* 23, 082109 (2016).
30. S. S. Nourazar, M. Soori, and A. Nazari-Golshan, *Aus. J. Basic Appl. Sci.* 5(8), 1400–1411 (2011).
31. A. Nazari-Golshan, S. S. Nourazar, H. Ghafoori-Fard, A. Yildirim, and A. Campo, *Appl. Math. Lett.* 26, 1018 (2013).
32. S. S. Nourazar and A. Nazari-Golshan, *Indian J. Phys.* 89(1), 61–71 (2015).
33. J. H. He, *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* 2, 230 (1997).