

Photon tunneling in single-negative metamaterials one-dimensional photonic crystals

A. Marashi Nasab¹
A. Namdar²
S. Roshan Entezar³

Received: 2012.10.3

Accepted: 2013.1.28

Abstract

In this paper, we investigate the photon tunneling through metamaterial photonic crystals by using the transfer matrix method. We start with a single-period barrier for various periodic barrier of one positive index material (PIM) and negative index material (NIM) layer and calculate transmittance and group delay time through the barrier for various frequencies of incident wave and the post-tunneling position shifts in the direction normal to the layers, which deepened on the effective refractive index of the barrier. Then we extend to the barrier of a 2N-layer photonic crystal and find that the transmittance varies with layer number.

Keywords: Photon tunneling, Negative index materials, Photonic crystals.

¹ Department of Physics, Tabriz Shahid Madani University,
m_allahkaram@yahoo.com

² Assistant Professor of Physics, Tabriz University

³ Associate Professor of Physics, Tabriz University

مجله فیزیک کاربردی دانشگاه الزهراء (س)

شماره ۲، پاییز و زمستان ۱۳۹۱

تونل زنی فوتونی در بلورهای فوتونیک یک بعدی تمام‌اتک منفی

اله کرم مرعشی نسب^۱

عبدالرحمن نامدار^۲

صمد روشن انتظار^۳

تاریخ دریافت: ۹۱/۸/۳

تاریخ تصویب: ۹۱/۱۱/۹

چکیده

در این مقاله، تونل زنی فوتونی در بلورهای فوتونیک یک بعدی مواد تک منفی را با استفاده از روش‌های ماتریس انتقال بررسی می‌کنیم. با یک ساختار که شامل یک لایه PIM و یک لایه NIM است شروع می‌کنیم. تراگسیل و زمان تاخیر گروه را از طریق ساختار FTIR برای فرکانس‌های متفاوت امواج فرودی محاسبه می‌کنیم. محاسبه جابجایی بعد از تونل زنی در جهت x نشان می‌دهد که به ضریب شکست موثر از موانع بستگی دارد. سپس

^۱ گروه فیزیک، دانشگاه شهید مدنی تبریز؛ m_allahkaram@yahoo.com

^۲ استادیار گروه فیزیک، دانشگاه تبریز

^۳ دانشیار گروه فیزیک، دانشگاه تبریز

ساختار لایه‌ای را تا $2N$ لایه گسترش می‌دهیم و به دست می‌آید که تراکسیل با تعداد لایه‌ها تغییر می‌کند.

واژه‌های کلیدی: تونل زنی فوتونی، مواد با ضریب شکست منفی، بلورهای فوتونی

۱- مقدمه

اخیراً تونل زنی فوتونی از طریق ساختار دوره‌ای متناوب از لایه‌های مواد با ضریب شکست مثبت و لایه‌های مواد با ضریب شکست منفی تحقیق و بررسی شده‌اند. ضریب شکست در ساختارهای مواد با ضریب شکست منفی همانند یک ثابت منفی است. بنابراین ضریب گذردهی الکتریکی و نفوذپذیری مغناطیسی وابسته به فرکانس زاویه ای است. در این مقاله تونل زنی فوتونی را از طریق ساختار $FTIR$ ¹ بررسی می‌کنیم. ساختار شامل بلورهای فوتونیک مواد تک منفی² یک بعدی است که به وسیله تکرار دوره ای و تناوبی از لایه‌های PIM ³ و NIM ⁴ تشکیل شده است. یک دوره از لایه‌های مواد با ضریب شکست مثبت و مواد با ضریب شکست منفی را همانند یک ساختار در نظر می‌گیریم. سپس تغییرات بعد از تونل زنی را بیشتر تحلیل می‌کنیم و زمان تاخیر گروهی را از طریق ساختارهای متفاوت به دست می‌آوریم [1-13].

۲- انتشار در یک دوره از ساختار لایه‌ای مواد با ضریب شکست مثبت (PIM) و مواد با ضریب شکست منفی (NIM):

ساختار لایه‌ای یک بعدی نشان داده شده در شکل (1) را در نظر می‌گیریم که اولین لایه از (PIM) و آخرین لایه همچین (PIM) است با ضریب شکست n_1 و نفوذپذیری مغناطیسی نسبی μ_1 . قسمت‌های سفید رنگ در شکل (1) لایه‌هایی از مواد با ضریب

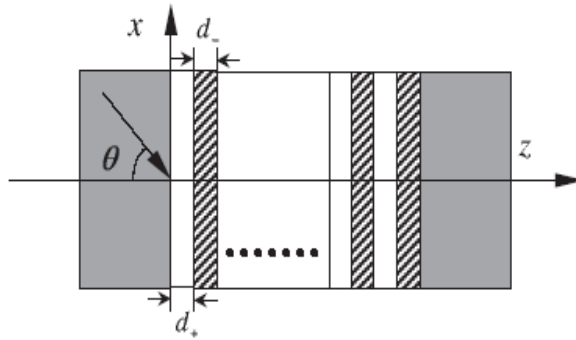
¹ Fourier Transform Infrared Radiation

² Single-Negative Materials

³ Positive Index Materials

⁴ Negative Index Materials

شکست مثبت (*PIM*) هستند. قسمت های هاشورزده لایه هایی از مواد با ضریب شکست منفی (*NIM*) هستند. در لایه (*PIM*) ضریب گذردهی الکتریکی نسبی ϵ_+ و نفوذپذیری مغناطیسی نسبی μ_+ و طول لایه ها d_+ و ضریب شکست n_+ است. برای لایه (*NIM*) طول لایه ها d_- و $\mu_- = \mu_+ (1 - \frac{\omega_{mp}^2}{\omega^2})$ و $\epsilon_- = \epsilon_+ (1 - \frac{\omega_{ep}^2}{\omega^2})$ است.



شکل ۱: نمودار ساختار FTIR

ω_{ep} و ω_{mp} فرکانس پلاسمايي الکتریکی و مغناطیسی موثر هستند. حالت خاص $\omega_{ep} = \omega_{mp} = \omega_p$ را در نظر می گیریم تا روابط را ساده کنیم. بنابر این ضریب شکست $n_- = n_+ (1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2})$ است. برای $\omega < \omega_p$ ، ϵ_- و μ_- و n_- همه منفی هستند. یک بلور فوتونیکي را که دارای لایه های مواد با ضریب شکست مثبت (*PIM*) و مواد با ضریب شکست منفی (*NIM*) است مانند یک سد پتانسیل بین دو ماده با ضریب بالا در نظر می گیریم. فرض کنید یک موج الکتریکی با فرکانس ω را بر روی سطح محیط در یک زاویه θ بزرگتر از زاویه حد فرود می آید، به این معنی که $n_1^2 \sin^2 \theta > n_{\pm}^2$. حالت هایی از موج مغناطیسی عرضی (*TM*) می تواند با روش های مشابه موج الکتریکی عرضی در ارتباط باشد. عدد موج $\vec{k} = k_x \vec{x} + k_z \vec{z}$ است که مقدار آن برابر $k = \frac{2n\pi}{\lambda} = \frac{n\omega}{c}$ است. بنابراین میدان الکتریکی در هر لایه ای از چپ یا راست به صورت زیر تنظیم شده است:

میدان الکتریکی:

$$E_1(z) = (A_1 e^{ik_1 z} + B_1 e^{-ik_1 z}) e^{i\beta x - i\omega t} \quad (z < 0) \quad (1)$$

$$E_2(z) = (A_2 e^{ik_2 z} + B_2 e^{-ik_2 z}) e^{i\beta x - i\omega t} \quad (0 < z < d_+) \quad (2)$$

$$E_3(z) = (A_3 e^{ik_3 z(z-d_+)} + B_3 e^{-ik_3 z(z-d_+)}) e^{i\beta x - i\omega t} \quad (0 < z < d_+ + d_-) \quad (3)$$

$$E_4(z) = (A_4 e^{ik_4 z(z-d_+-d_-)} + B_4 e^{-ik_4 z(z-d_+-d_-)}) e^{i\beta x - i\omega t} \quad (z > d_+ + d_-) \quad (4)$$

رابطه شدت میدان برای m لایه از n امین سلول چنین است:

$$E_m(z) = (A_m e^{ik_m z(z-nd)} + B_m e^{-ik_m z(z-nd)}) e^{i\beta x - i\omega t} \quad (5)$$

اکنون پارامترها را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$k_{2z} = n_+ \frac{\omega}{c} \cos(\theta_1) \quad \text{و} \quad k_{1z} = k_1 \cos(\theta) = n_1 \left(\frac{\omega}{c} \right) \cos(\theta)$$

$$k_{3z} = n_- \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \sin^2(\theta_2)}$$

$$k_{4z} = n_1 \left(\frac{\omega}{c} \right) \cos(\theta) \quad \text{و} \quad n_1 \sin(\theta) = n_+ \sin(\theta_1)$$

این میدان یک موج ناپایدار را نشان می دهد زیرا $n_+^2 \sin^2(\theta) > n_1^2$ است.

شرط این که موج در محیط بلورهای فوتونی میرا باشد عبارت است از:

(۱) محیط دوم غلیظتر باشد

(۲) زاویه فرودی بزرگتر از زاویه حد باشد

β مولفه‌ای از عدد موج در طول محور x است و برای همه لایه‌ها ثابت است و برابر

$$\text{با } \beta = n_1 \omega \frac{\sin(\theta)}{c} \text{ است.}$$

۳- ماتریس انتشار و ماتریس انتقال

با به کار بردن نظریه ماتریسی انتقال معادله ماتریس ضرایب لایه‌های مجاور به صورت

زیر به دست می‌آید.

$$\begin{pmatrix} A_j \\ B_j \end{pmatrix} = P_j D_j^{-1} D_{j+1} \begin{pmatrix} A_{j+1} \\ B_{j+1} \end{pmatrix}, \quad j=1,2,3 \quad (6)$$

که در آن P_j ماتریس انتشار (مربوط به سطوح یک لایه)، D_j ماتریس انتقال (از یک

نقطه به نقطه‌ای دیگر) و D_j^{-1} ماتریس معکوس D_j است. آنگاه برای ماتریس انتشار

اولین و دومین و سومین لایه داریم:

$$P_2 = \begin{pmatrix} e^{-ik_{2z}d_+} & 0 \\ 0 & e^{ik_{2z}d_+} \end{pmatrix} \text{ و } P_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P_3 = \begin{pmatrix} e^{-ik_{3z}d_-} & 0 \\ 0 & e^{ik_{3z}d_+} \end{pmatrix}$$

رابطه کلی ماتریس انتقال نیز چنین است:

$$D_j = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \gamma_j & -\gamma_j \end{pmatrix} \quad j=1,2,3,4 \quad \gamma_j = \frac{k_{jz} n_j}{k_j \mu_j}$$

بنابراین می توانیم معادله ماتریسی که ضرایب اولین لایه و آخرین لایه را به هم مرتبط می کند نتیجه بگیریم:

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} A_4 \\ B_4 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$M = \prod_{j=1}^3 P_j D_j^{-1} D_{j+1} \quad (8)$$

امواج ناپایدار از طریق موانع عبور می کند و داخل لایه با ضریب شکست بالا سمت راست می رود که نیمه بی نهایت است و بنابراین $B_4 = 0$. انعکاس و انتقال ضرایب می تواند به روش های زیر بیان شود:

$$t = \frac{B_1}{A_1} = \frac{M[2,1]}{M[1,1]} \quad \text{و} \quad M = \prod_{j=1}^3 P_j D_j^{-1} D_{j+1} \quad \text{و} \quad t = \frac{A_4}{A_1} = \frac{1}{M[1,1]}$$

از آنجایی که J از 1 تا 3 متغیر است در نتیجه با جایگذاری مقادیر J در رابطه بالا به رابطه زیر می رسیم:

رابطه ماتریس انتقال مربوط به یک دوره از لایه های (PIM) و (NIM):

$$M = (P_1 D_1^{-1} D_2) (P_2 D_2^{-1} D_3) (P_3 D_3^{-1} D_4)$$

که با جایگذاری مقادیر ماتریس های انتشار و ماتریس های انتقال می توانیم ضریب انعکاس را نتیجه بگیریم:

ضریب انعکاس:

$$t = \frac{\left\{ 8EFn_1 \mu_1 \mu_+ e^{\frac{(E+F)d}{c}} \right\}}{\left\{ \left\{ n_1 \mu_1 \mu_+ \right\} (E^2 (e^{\frac{2E\omega}{c}} - 1)(e^{\frac{2F\omega}{c}} - 1)\bar{\omega} + 2EF(e^{\frac{2E\omega}{c}} + 1)(e^{\frac{2F\omega}{c}} + 1) \right. \right.} \quad (9)$$

$$\left. \dots + F^2 (e^{\frac{2E\omega}{c}} - 1)(e^{\frac{2F\omega}{c}} - 1) \right\} / \bar{\omega} + iEF \sec(\theta) \mu_1^2 (E(e^{\frac{2E\omega}{c}} - 1)(e^{\frac{2F\omega}{c}} + 1) \dots + \frac{2E\omega}{c} + 1)(e^{\frac{2F\omega}{c}} - 1) - i \cos(\theta) n_1^2 \mu_+^2 (E(e^{\frac{2E\omega}{c}} + 1)(e^{\frac{2F\omega}{c}} - 1)\bar{\omega} \dots + F(e^{\frac{2E\omega}{c}} - 1)(e^{\frac{2F\omega}{c}} + 1) \left. \right\}}$$

که پارامترها به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$F = \sqrt{n_1^2 \sin^2(\theta) - n_-^2} \quad \text{و} \quad \bar{\omega} = 1 - \frac{\omega^2 p}{\omega^2} \quad (10)$$

$$E = \sqrt{n_1^2 \sin^2(\theta) - n_+^2} \quad \text{و}$$

حال با داشتن پارامترها مقادیر t (ضریب تراگسیل) را به دست می‌آوریم. تراگسیل و

انعکاس را می‌توان بوسیله روابط $T + R = 1$ و $T = tt^*$ نیز به دست آورد. می‌توانیم

تراگسیل را برای امواج فرودی با فرکانس متفاوت بدست آوریم. شکل (۲) تراگسیل (T)

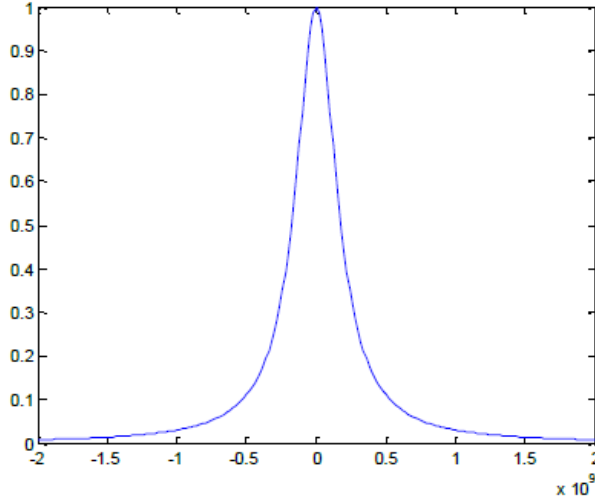
برای حالتی که $d = 2$ و $\theta = 45^\circ$ و $\mu_1 = \mu_+ = 1$ و $n_+ = 1$ و $n_1 = 1.6$

$$\omega_0 = \frac{\omega p}{\sqrt{2}} = 2\pi \times 10^{14} \text{ HZ} \quad \text{و} \quad \omega_p = 2\sqrt{2} \times 10^{14} \text{ HZ}$$

تابعی از $\omega - \omega_0$ نشان می‌دهد. که تراگسیل در $\omega = \omega_0$ و $n_- = -1$ به بیشینه مقدار

می‌رسد اما به سرعت با کاهش یا افزایش ω کاهش می‌یابد [14-21].

T



$$\omega - \omega_0$$

شکل ۲: تراگسیل مانند یک تابعی از $\omega - \omega_0$ از طریق لایه های *PIM* و *NIM*

تغییرات فاز:

و در ادامه زمان تاخیر گروهی را با توجه به ضرایب تراگسیل و تغییر فاز موج میرا به وسیله رابطه زیر به دست می آوریم:

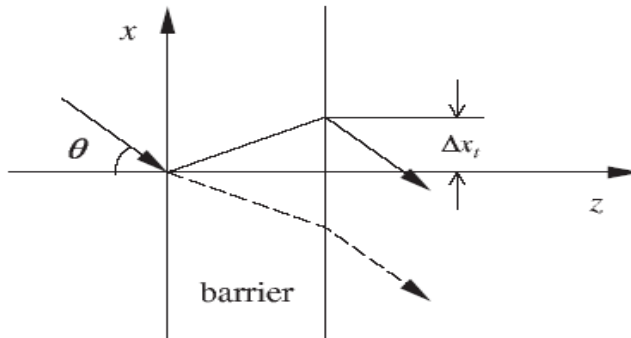
$$\varphi(t) = \arctan\left(\frac{\text{Im}t}{\text{Re}t}\right) \quad (11)$$

موقعیت فرودی موج بر روی ساختار بلور فوتونیک و موقعیت آن هنگام تونل زدن و موقعیت آن بعد از تونل زدن در شکل (3) نشان داده شده است. تغییرات (جابجایی) در جهت محور X در رابطه زیر نشان داده شده است.

جابجایی:

$$\frac{\Delta x}{t} = \frac{c}{n_1 \omega \cos(\theta)} \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} \quad (12)$$

چنانچه ما یک صفحه xz را در نظر بگیریم و بلور فوتونیک یک بعدی ما منطبق بر این صفحه باشد و موج فرودی تحت زاویه θ وارد محیط بلور فوتونیک شود موج بعد از عبور از بلور فوتونیک یک جابجایی در راستای x خواهد داشت که نمودار آن به صورت زیر است.



شکل ۳: جابجایی در جهت محور x بعد از تونل زنی از طریق ساختار بلور فوتونیک که این تغییرات میتواند مثبت یا منفی باشد.

جابجایی در جهت x برای امواج فرودی با فرکانس های متفاوت ω متفاوت است.

اینجا یک ضریب شکست موثر n_e را فرض می کنیم که $n_e = n_+ + n_-$.

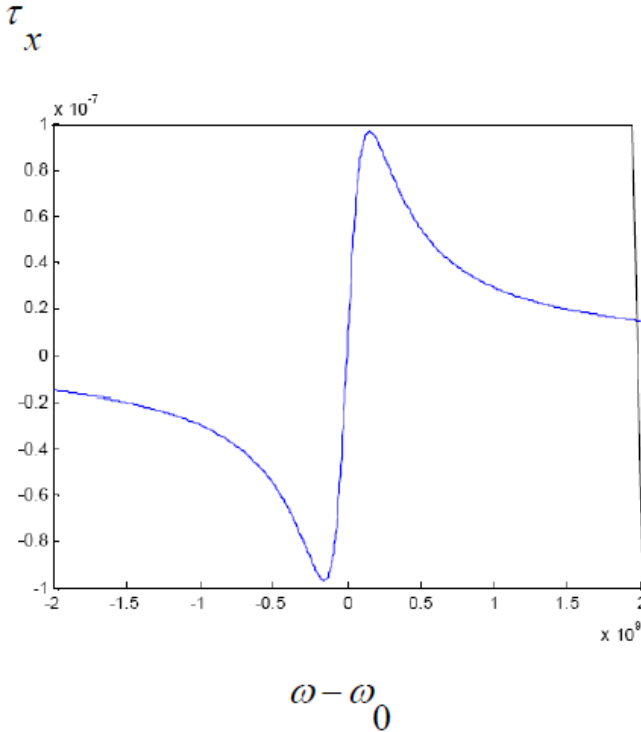
وقتی که $\omega = \omega_0$ و $n_- = -n_+$ به معنی این است که $n_e = 0$ و $\Delta x_t = 0$.

Δx_t زمانی صفر میشود که جابجایی موج از طریق لایه NIM در جهت مخالف با جابجایی از طریق لایه PIM است و مقادیر تغییراتشان با هم برابر است. بنابراین بعد از اینکه موج از این دو لایه عبور می کند تغییرات کلی صفر است.

اما وقتی که $\omega > \omega_0$ و $n_e > 0$ تغییرات $\Delta x_t > 0$ مثبت است. و با افزایش

$|\omega - \omega_0|$ تغییرات Δx_t منفی است. باتوجه به معادله (۳-۸۴) و شرایط بالا جابجایی بعد

از عبور موج از بلور فوتونیک در شکل (۴) نشان داده شده است.

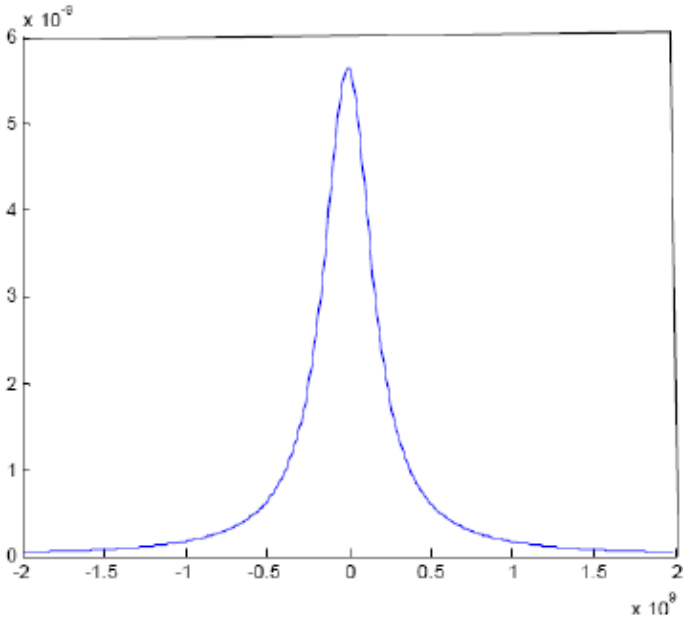


شکل ۴: وابستگی جابجایی بعد از تونل زنی به فرکانس موج $\omega - \omega_0$.

حال که جابجایی را به دست آوردیم در زیر زمانی را که طول می کشد تا موج از ساختار بلور فوتونیک عبور کند بررسی می کنیم.

زمان تاخیر گروه شامل دو قسمت است: یکی τ_{\perp} است زمان تونل زنی برای انتشار عمود بدون تغییر در جهت x و دیگری τ_x است. زمان در نظر گرفته برای تغییر مکان بعد از تونل زدن برای انتشار مایل که در شکل (۵) و (۶) نشان داده شده است. شکل (۷) زمان تاخیر گروه کلی τ را مانند یک تابعی از $\omega - \omega_0$ نشان می دهد و پارامترهای آن با پارامترهای شکل (۲) یکسان است [19].

τ_{\perp}



$\omega - \omega_0$

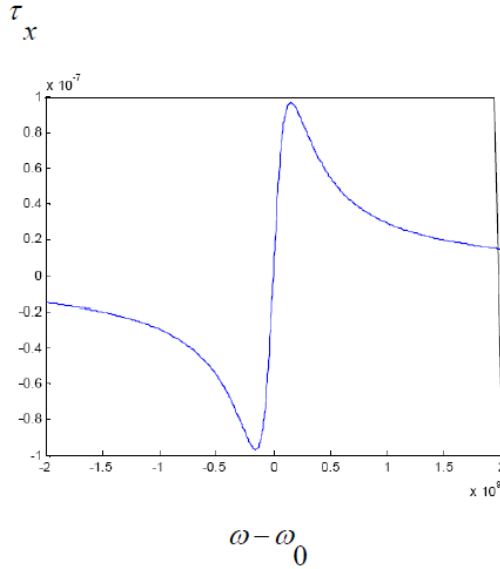
شکل ۵: منحنی زمان برای انتشار عمود در ساختار بلورهای فوتونیک.

زمان تأخیر گروه:

رابطه زمان تأخیر گروه کلی τ به صورت زیر است.

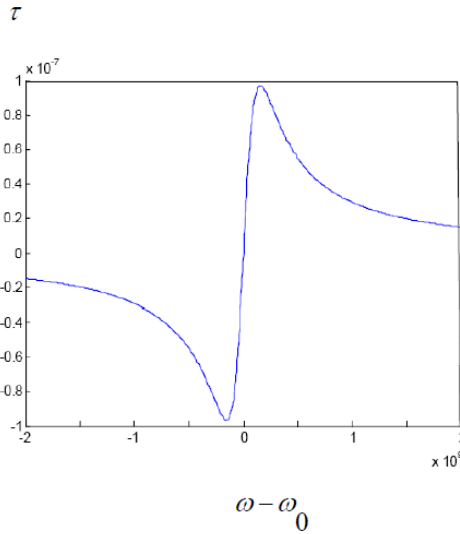
$$\tau = \tau_{\perp} + \tau_x = \frac{\partial \varphi(t)}{\partial \omega} + \frac{n}{c} \Delta x \sin(\theta) \quad (13)$$

در $\omega = \omega_0$ جابجایی در جهت محور x صفر است بنا بر این $\tau_{\perp} = \tau_x$.



شکل ۶: منحنی زمان برای جابجایی در جهت محور x بعد از تونل زنی.

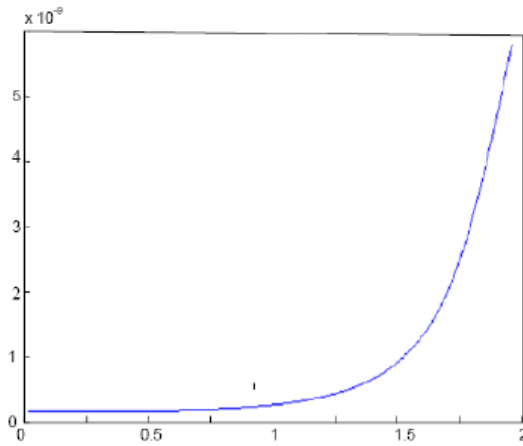
از شکل (7) می توانیم زمان تاخیر گروه را برای عبور یک موج میرا از طریق ساختار بلورهای فوتونیک بررسی کنیم.



شکل ۷: زمان تأخیر گروه برای عبور یک موج میرا از طریق ساختار بلور فوتونیک بصورت تابعی از $\omega - \omega_0$.

زمان تاخیر گروه همچین با طول ساختار ارتباط دارد. برای $\omega = \omega_0$ رابطه زمان تونل زنی با طول لایه ای d در شکل (8) نشان داده شده است. هر چه طول ساختار بزرگتر باشد زمان بیشتری در نظر گرفته میشود. اما طول باید از لحاظ مقدار با طول موج برابری داشته باشد. اگر طول آنها از چندین طول موج بیشتر شود (فرا تر رود) از طریق ساختار بلور فوتونیک نمی تواند تونل بزنند [20].

τ



$$\frac{d}{\lambda}$$

شکل ۸: زمان تأخیر گروه از طریق ساختار بلور فوتونیک با طول d برای نور فرودی با فرکانس $\omega - \omega_0$.

۴- تونل زنی فوتونی از طریق بلورهای فوتونی مواد تک منفی

بحث زیر را تا N تکرار دوره ای از لایه های PIM و NIM گسترش می دهیم. که به معنی اینست که ساختار بلورهای فوتونیک تک منفی یک بعدی از $2N$ لایه از تکرار تناوبی از مواد با ضریب شکست مثبت و مواد با ضریب شکست منفی تشکیل شده است. با توجه به روش های ماتریس انتقال و معادله های مربوط به ماتریس انتقال داریم که:

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} A_{2N+2} \\ B_{2N+2} \end{pmatrix} \quad (14)$$

که $M = \prod_{j=1}^3 P_j D_j^{-1} D_{j+1}$ می باشد و لایه های با عدد زوج $(2,4,6,\dots,2N)$ مواد با ضریب شکست مثبت هستند (PIM) و برای ماتریس انتشار $P_{2N} = P_2$ و ماتریس انتقال $D_{2N} = D_2$ می باشد. و لایه های با عدد فرد $(1,3,5,\dots,2N+1)$ مواد با ضریب شکست منفی هستند (NIM) و برای ماتریس انتشار $P_{2N+1} = P_3$ و ماتریس انتقال $D_{2N+1} = D_3$ می باشد.
بنابراین :

$$M = P_1 D_1^{-1} D_2 (P_2 D_2^{-1} D_3 P_3 D_3^{-1} D_2)^N D_2^{-1} D_1 \quad (15)$$

N تعداد دوره را نشان می دهد و بحث در قسمت دوم حالتی برای $N=1$ است. با توجه به معادلات ضرایب تراگسیل و معادله 15، ضرایب انعکاس و تراگسیل برای ساختارهای متفاوت می تواند محاسبه شود. شکل (9) تراگسیل را مانند یک تابعی از $\omega - \omega_0$ را برای $(N=1,4,8)$ نشان می دهد. تراگسیل برای همه ساختارهای چند لایه ای در $\omega = \omega_0$ به بیشینه مقدار خود می رسد [21].

ماتریس انتقال مربوط به N لایه:

حال ماتریس انتقال برای N لایه را بررسی می کنیم و طبق رابطه M داریم:

$$M = P_1 D_1^{-1} D_2 (P_2 D_2^{-1} D_3 P_3 D_3^{-1} D_2)^N D_2^{-1} D_1$$

$$M = D_1^{-1} D_2 \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^N D_2^{-1} D_1 \quad (16)$$

از طرفی توان N ام یک ماتریس از رابطه زیر بدست می آید:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^N = \begin{pmatrix} \frac{A \sin(Nk\lambda) - \sin((N-1)k\lambda)}{\sin(k\lambda)} & \frac{B \sin(Nk\lambda)}{\sin(k\lambda)} \\ \frac{c \sin(Nk\lambda)}{\sin(k\lambda)} & \frac{D \sin(Nk\lambda) - \sin((N-1)k\lambda)}{\sin(k\lambda)} \end{pmatrix} \quad (17)$$

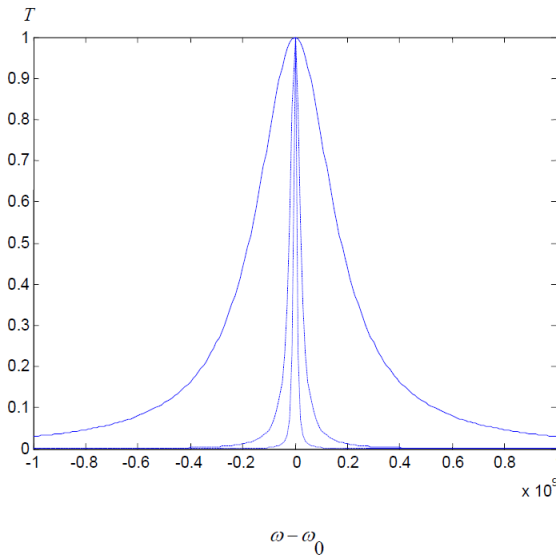
که داریم:

$$\cos(k\lambda) = \left(\frac{1}{2}\right)(A + D) \quad (18)$$

با جایگذاری در رابطه M مقادیر ماتریس M را بدست می آوریم [5].

که به ازای N های متفاوت می توان ضرایب انعکاس و تراگیسیل را از رابطه زیر به دست آورد. پس داریم:

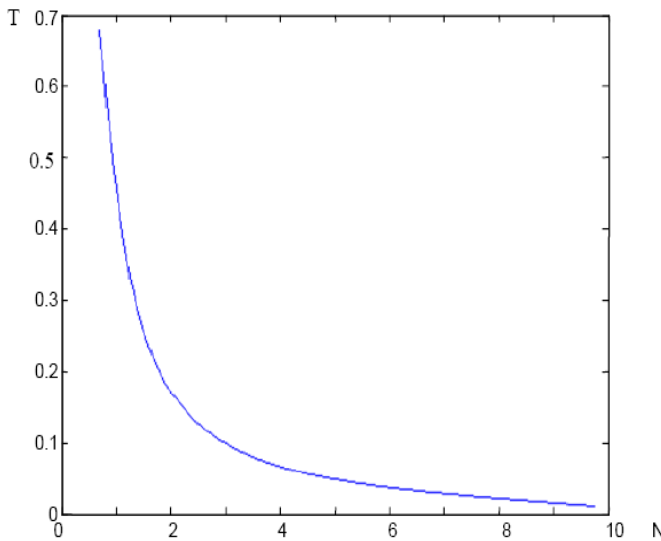
$$T = tt^* \quad \text{و} \quad t = \frac{1}{M(1,1)}$$



شکل ۹: تراگیسیل برای $N = 1$ (خط ممتد)، $N = 4$ (خط خط چین)، $N = 8$ (خط نقطه ای)، از طریق عبور موج از بلورهای فوتونیک مواد تک منفی.

اما همانگونه که اختلاف بین ω و ω_0 افزایش می‌یابد تراگسیل با سرعت بیشتری برای یک ساختار بلور فوتونیک از مقادیر لایه‌ای بالا کم می‌شود.

تراگسیل برای یک موج فرودی با فرکانس $\omega = 2\pi \times 10^{14} - 10^8 \text{ Hz}$ در شکل (10) به صورت تابعی از تعداد دورها رسم شده است. در پایان با افزایش تعداد لایه‌ها منحنی تراگسیل تیزتر و تیزتر می‌شود و می‌توانیم پهنای باند را بوسیله تغییر دادن تعداد لایه‌ها همچنین کنترل کنیم. هر چه تعداد لایه بیشتر باشد پهنای باند باریکتر است که بوسیله مواد با ضریب شکست منفی توصیف می‌شود. بعد از بدست آوردن ضریب تراگسیل زمان تاخیر گروه را از طریق ساختار $2N$ لایه‌ای بلور فوتونیک می‌توان بدست آورد [22-27].



شکل ۱۰: تراگسیل برای موج فرودی با فرکانس $\omega = 2\pi \times 10^{14} - 10^8 \text{ Hz}$ به صورت تابعی از تعداد دوره‌ها (N).

علاوه بر این، در مباحث بعدی اشاره می‌کنیم که باند فرکانسی از طریق ساختارهای بلورهای فوتونیک با افزایش تعداد لایه‌ها باریکتر و باریکتر می‌شود. در فرکانس مرکزی ω_0 همگرا می‌شوند. سرانجام ما تنها حالتی از $\omega = \omega_0$ در نظر می‌گیریم در این

زمان جابجایی بعد از تونل زنی در جهت x صفر است. بخاطر اینکه تغییرات مثبت و منفی یکدیگر را خنثی می کنند بنابراین زمان تاخیر گروه به صورت زیر است:

زمان تاخیر گروه برای N لایه:

$$\tau = \frac{\partial}{\partial \omega} \arctan \left\{ \frac{\operatorname{Im}\left(\frac{1}{M(1,1)}\right)}{\operatorname{Re}\left(\frac{1}{M(1,1)}\right)} \right\} \quad (19)$$

که اگر مقادیر موهومی و حقیقی $\frac{1}{M(1,1)}$ را در رابطه (19) قرار دهیم و نسبت به فرکانس مشتق بگیریم مقدار زمان تاخیر گروه را بدست می آوریم. جدول (1) زمان تأخیر گروهی یک موج فرودی با فرکانس $\omega - \omega_0$ را نشان می دهد که وارد ساختار بلور فوتونیکی مواد تک منفی $2N$ لایه ای می شود که طول تک لایه d است. همچنین میتوانیم به این نتیجه برسیم که برای ساختار چند لایه ای چون طول چند لایه از طول تک لایه بزرگتر است زمان تاخیر گروه نیز برای چند لایه بزرگتر است و در نتیجه برای ساختار با لایه های بیشتر، زمان بیشتری در نظر می گیریم و زمان به طور مستقیم نسبت به تعداد لایه ها افزایش می یابد. اما با افزایش تعداد لایه ها زمان تاخیر گروه به صفر تغییر می کند و این مقدار را بدون وابستگی به تعداد لایه ها برای مدت زمان بیشتری این مقدار را حفظ می کند بخاطر اینکه یک تشدید قوی از برهم کنش امواج در سطح PIM و NIM به نظر می رسد. این شرایط همچنین منجر به شکل گیری بسته های موج می شود [28-29].

۵- نتیجه گیری

در این مقاله، تونل زنی فوتونی در بلورهای فوتونیکی مواد تک منفی را با استفاده از روش های ماتریس انتقال بررسی می کنیم. با یک ساختار که شامل یک لایه PIM و یک لایه NIM است شروع می کنیم. تراگیل و زمان تاخیر گروه را از طریق ساختار برای فرکانس های متفاوت از امواج فرودی محاسبه می کنیم. جابجایی بعد از تونل زنی در جهت

x را محاسبه می کنیم که به ضریب شکست موثر از موانع بستگی دارد. سپس ساختار لایه ای را تا $2N$ لایه گسترش می دهیم و می فهمیم که تراگسیل با تعداد لایه ها تغییر می کند. باند فرکانسی از موج منتقل شده بتدریج با افزایش تعداد لایه ها بر روی فرکانس مرکزی ω_0 متمرکز می شود و زمان تأخیر گروهی برای عبور موج از بلورهای فوتونیک با تغییر تعداد لایه ها در فرکانس $\omega = \omega_0$ همچنین نشان داده شده است. زمان اول با افزایش تعداد لایه ها افزایش می یابد و سپس با بیشتر شدن لایه های بلورهای فوتونیک به دلیل تشدید به سمت صفر میل می کند.

۶- منابع

- [1] V.G. Veselago, "The Electrodynamics of Substances with Simultaneously Negative Value of ϵ, μ ", *Soviet Physics Uspekhi* **10**, No.4 (1968) 509-514.
- [2] J.B. Pendry, A.J. Holden, D.J. Robbins, and W.J. Stewart, "Magnetism from conductors and Enhanced Nonlinear phenomena", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **47**, No. 11 (1999) 2075-2084.
- [3] D.R. Smith, S. Schultz, P. Markoš, and C.M. Soukoulis, "Determination of Negative Permittivity and Permeability of Metamaterials from Reflection and Transmission Coefficients", *Preprint* (2/13/2002) 1-5.
- [4] R.W. Ziolkowski, "Wave Propagation in Media having Negative Permittivity and Permeability", *Phys. Rev. E* **64** (2001) 1-15.
- [5] J. B. Pendry, "Negative Refraction Makes a perfect Lens", *Phys. Rev. Lett.* **85**, No.18 (2000) 3966-3969.
- [6] V.G. Veselago and P.N. Lebedev, "The Electrodynamics of Substances with Simultaneously Negative Values of Permittivity and Permeability", *Usp. Fiz. Nauk* **92** (1964) 517-526.
- [7] X. Wang and Z.L. Wang, "*Photonic Crystals and Devices*", Springer, New York (2007).
- [8] J.D. Joannopoulos, J.N. Winn, and R.D. Mead, "*Photonic Crystals: Molding the Flow of Light*", Princeton University Press (1995).

[9] J.R. Reitz, F.J. Mildford, and R.W. Christy, "*Foundations of Electromagnetic Theory*", Third edition, Addison-Wesley (1979).

[10] C.J. Fu and Z.M. Zhang, "*Energy Transmission by Photon Tunneling in Multilayer Structures including Negative Index Materials*", University of Florida (2002) 32611.

[11] R. Ruppin, "Surface Polaritons of a Left-Handed Material Slab," *J. Phys.: Condens. Matter.* **13** (2001) 1811–1819.

[12] G. Guan, H. Jiang, H. Li Y. Zhang, H. Chen, and S. Zhu, "Tunneling Modes of Photonic Hetrostructures Consisting of Single-Negative Materials", *Appl. Phys. Lett.* **88**, (2006) 211112.

[13] L. Wu, S. He, and L. Shen, "Band Structure for a One-dimensional Photonic Crystal Containing Left-handed Materials", *Physical Review B* **67**, No. 23 (2003) 235103.

[14] P. Yeh, A. Yariv, and C.-S. Hong, *J. Opt. Soc. Am.* **67** (1977) 423.

[15] R.A. Shelby, D.R. Smith, and S. Schultz, *Science* **292** (2001) 77.

[16] J.B. Pendry, A.J. Holden, W.J. Stewart, and I. Youngs, *Phys. Rev Lett.* **76** (1966) 4773.

[17] D.R. Smith and N. Kroll, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 2933.

[18] S.A. Ramakrishna, J.B. Pendry, D. Schurig, D.R. Smith, and S. Schultz, *J. Mod. Opt.* **49** (2002) 1747.

[19] Z.M. Zhang and C.J. Fu, *Appl. Phys. Lett.* **80** (2002) 1097.

[20] K.Y. Kim, *Phys. Rev. E* **70** (2004) 047603.

[21] R. Ruppin, *Phys. Lett. A* **277** (2000) 61.

[22] D.R. Smith, W.J. Padilla, D.C. Vier, S.C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, *Phys. Rev. Lett.* **84** (2000) 4184.

[23] R.A. Shelby, D.R. Smith, S.C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, *Appl. Phys. Lett.* **78** (2001) 489.

[24] D.R. Smith, D. Schurig, and J.B. Pendry, *Appl. Phys. Lett.* **81** (2002) 2713.

[25] X. Chen and C. F. Li, *Phys. Rev. E* **68** (2003) 052105.

[26] K. Sakoda, "Optical Properties of Photonic Crystals", Springer-Verlag, Heidelberg (2001).

[27] L.G. Wang , H. Chen , and S.Y. Zhu , "Omnidirectional Gap and Defect Mode of One-dimensional Photonic Crystals with Single-Negative Materials", *Phys. Rev. B* **70** (2004) 245102.

[28] M.Z. Ali and T. Abdullah, "Properties of the Angular Gap in a One-dimensional Photonic Band Gap Structure Containing Single Negative Materials", *Phys. Lett. A* **372** (2008) 1695.

[29] A. Lakhtakia, C.M. Krowne, "Restricted Equivalence of Paired Epsilon-negative and Mu-negative Layers to a Negative Phase-velocity Material", *Optik* **114** (2003) 305.