

Liquidity Risk Loss Estimation in Commercial Banks Using Stochastic Process Approach

MohammadReza Dehghani Ahmadabad¹, Mahdi Saeidi Kousha²

Abstract

Liquidity is such vital for commercial banks to survive and continue to operate, hence measuring and managing liquidity risk is very important for them and this has become more important after the 2008 crisis.

This study, by defining the liquidity need index, which itself is a function of changes in the volume of bank assets and liabilities, has quantified the loss of liquidity risk. The main objective is to estimate the value of risk (VaR) and conditional value of risk (cVaR) as measure of liquidity risk losses in commercial banks. To quantify the risk of liquidity, first, the bank's liquidity needs are predicted by stochastic process models and then, those scenarios that lead to a liquidity deficit are calculated. This deficit is compensated by the sale of part of bank's assets and the loss from sales below the real price is considered as a measure for liquidity risk losses and VaR and cVaR are calculated through this measure's distribution.

This research has shown that optimal assets sale can bring significant economic savings to the bank.

Keywords: Liquidity Risk, Liquidity Needs, Stochastic Process, Value at Risk (VaR)

JEL: G17, G21, G32

1 . Ph.D. of Finance (Banking), Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran, Corresponding Author, Email: m.r.dehghani@ut.ac.ir

2 . Assistant Professor, Financial Management Department, Faculty of Finance Science, Kharazmi University, Tehran, Iran, Email: m.saeidi1365@gmail.com

برآورد سنج‌های ریسک زیان نقدینگی در بانک‌های تجاری با استفاده از

فرآیندهای تصادفی^۱

محمد رضا دهقانی احمدآباد^۲، مهدی سعیدی کوشا^۳

چکیده

نقدینگی به مانند جریان اصلی بانک‌های تجاری برای بقا و ادامه فعالیت می‌باشد. از این رو، اندازه گیری و مدیریت کردن ریسک نقدینگی اهمیت فراوانی دارد که این مهم پس از بحران ۲۰۰۸ دوچندان شده است. این پژوهش با تعریف شاخص نیاز نقدینگی که خود تابعی از تغییرات حجم دارایی‌ها و بدهی‌های بانک می‌باشد، به کمی‌سازی ریسک زیان نقدینگی پرداخته است. هدف اصلی، برآورد ارزش در معرض خطر (VaR) و ارزش در معرض خطر شرطی (cVaR) زیان ناشی از ریسک نقدینگی در یکی از بانک‌های تجاری منتخب برای دوره زمانی یک‌ساله آتی با استفاده داده‌های آذر ۱۳۹۰ لغایت مرداد ۱۳۹۵ بوده است. جهت کمی‌سازی زیان ریسک نقدینگی، ابتدا نیاز نقدینگی بانک با مدل‌های فرآیند تصادفی پیش‌بینی و سناریوسازی شده است و آن دسته از سناریوها که منجر به کسری نقدینگی شده‌اند، محاسبه گردیده و سپس این کسری با اقدامات جبرانی بانک مبنی بر فروش بخشی از دارایی‌های خود، جبران گردیده که زیان حاصل از فروش کمتر از قیمت واقعی به عنوان متغیر تصادفی ریسک زیان نقدینگی در نظر گرفته شده است و بر اساس توزیع آن ارزش در معرض خطر معرفی شده است. این پژوهش نشان داده است، فروش بهینه دارایی‌ها می‌تواند صرفه‌جویی اقتصادی قابل توجهی برای بانک منتخب به همراه داشته باشد و رقم VaR ریسک نقدینگی از مبلغ ۱،۱۱۱ به ۹۸۹ میلیارد ریال کاهش پیدا کرده است.

واژه‌های کلیدی: ریسک نقدینگی، نیاز نقدینگی، فرآیندهای تصادفی، ارزش در معرض خطر

طبقه‌بندی موضوعی: G17, G21, G32

۱. کد DOI مقاله: 10.22051/jfm.2019.25060.2006

۲. دکتری تخصصی مالی (گرایش بانکداری)، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. نویسنده

مسئول، Email: m.r.dehghani@ut.ac.ir

۳. استادیار گروه مدیریت مالی، دانشکده علوم مالی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران.

Email: m.saeidi1365@gmail.com

مقدمه

در تئوری‌های واسطه‌گری مالی، از دو دلیل اصلی برای به وجود آمدن مؤسسات مالی، مخصوصاً بانک‌ها، یاد می‌شود. ۱) فراهم آوردن نقدینگی (۲) ارائه خدمات مالی (چودری^۱، ۲۰۱۱). بانک‌ها در طی ایفای نقش خود، عموماً با ریسک‌های گوناگونی مواجه می‌گردند. در فرآیند واسطه‌گری بانک‌ها، مدیریت ریسک از نقشی کلیدی برخوردار می‌باشد. درحالی‌که بانک‌ها و نهاد ناظر آن‌ها از روش‌های پیچیده ریاضی برای اندازه‌گیری توانگری مالی (ریسک عدم ایفای تعهدات^۲ بانک) استفاده می‌کنند، ولی معمولاً از ابزارهای ساده‌ای مثل نسبت‌های پوششی، تحلیل حساسیت و تحلیل سناریو برای اندازه‌گیری ریسک نقدینگی استفاده می‌کنند (لوبنیتز و روردا^۳، ۲۰۱۱).

باین وجود عمده پژوهش‌هایی که در حوزه بهبود مدیریت ریسک نقدینگی انجام شده است مربوط بررسی عوامل مؤثر بر ریسک نقدینگی بانک‌ها در سطح کلان می‌باشد. برای مثال پژوهش‌های توانا و همکاران^۴ (۲۰۱۸)، الهی^۵ (۲۰۱۷)، کیماتی و همکاران^۶ (۲۰۱۵)، لاستوکوا^۷ (۲۰۱۶) در این حوزه می‌باشند. همچنین، پژوهش‌هایی که در ایران نیز حول محور ریسک نقدینگی در بانک‌ها صورت پذیرفته است، محدود به همین حوزه می‌شود. به‌عنوان نمونه می‌توان به پژوهش‌های یزدان پناه و شکیب حاجی آقا (۱۳۸۸)، مهر آرا و بهلولوند (۱۳۹۵) و کفایی و راهزانی (۱۳۹۶) اشاره نمود.

در این پژوهش در این صدد هستیم تا متفاوت از پژوهش‌های انجام شده، مدلی کمی برای اندازه‌گیری ریسک نقدینگی در سطح یک بانک تجاری تعریف نماییم. به عبارتی مدلی که بتواند با توجه به ویژگی‌های دارایی و بدهی‌های هر بانک، ریسک نقدینگی آن را کمی نماید. اگرچه که رهنمود بال ۳ نسبت‌هایی برای اندازه‌گیری ریسک نقدینگی بانک ارائه کرده است، اما این نسبت‌ها، ریسک نقدینگی را به‌مانند ریسک‌های بازار، اعتباری و عملیاتی کمی نمی‌نماید (لوبنیتز و روردا، ۲۰۱۱).

ماهیت صورت‌های مالی بانک‌ها متفاوت از سایر صنایع است و بدیهی است که شاخص‌های اندازه‌گیری وضعیت نقدینگی آن‌ها نیز با یکدیگر متفاوت باشد. بر این اساس مطابق با استانداردهای بال ۳، نسبت‌های پوشش نقدینگی^۸ (LCR) و نسبت خالص منابع پایدار^۹ (NSFR) به‌عنوان متغیرهای سنجش وضعیت نقدینگی بانک تعریف شده‌اند. از آنجایی که این نسبت‌ها اول اینکه صرفاً در مقاطع پایان سال اندازه‌گیری می‌شوند و دوم اینکه معیاری از اندازه‌گیری ریسک نقدینگی ارائه نمی‌کنند؛ لذا قابلیت مقایسه با سایر ریسک‌های بانک از جمله ریسک بازار و اعتباری را ندارد، بنابراین ضرورت شاخص سازی برای اندازه‌گیری ریسک نقدینگی در مقاطع کوتاه‌مدت تر (هفتگی) که پویایی لازم را داشته باشد ضروری است.

وجه تمایز این پژوهش با پژوهش‌های گذشته در این است که اولاً، این پژوهش بر مبنای مدل‌سازی اقلام دارایی و بدهی‌های بانک‌ها با استفاده از فرآیندهای تصادفی، روشی نوین برای اندازه‌گیری ریسک

-
- 1 . Choudhry.
 - 2 . Solvency.
 - 3 . Loebnitz and Roorda.
 - 4 . Tavana et al.
 - 5 . Elahi
 - 6 . Kimathi et al.
 - 7 . Lastukova
 - 8 . Liquidity Coverage Ratio (LCR)
 - 9 . Net Stable Funding Ratio (NSFR)

نقدینگی در یک بانک تجاری ارائه می‌کند، درحالی‌که اکثر پژوهش‌های بین‌المللی و تمامی پژوهش‌های داخلی، ریسک نقدینگی بانک‌ها را در سطح کل اقتصاد اندازه‌گیری می‌نمایند. ثانیاً، همانند سایر ریسک‌های اثرگذار بر صنعت بانکداری، تابع توزیع زیان ریسک را تخمین می‌زند و بر آن اساس سنجه‌های ریسک آن را محاسبه می‌نماید. بدین واسطه روش ارائه‌شده در این پژوهش بانک‌ها را قادر می‌سازد تا پس از این ریسک نقدینگی را همانند سایر ریسک‌ها گزارش نمایند و سنجه ریسک ارزش در معرض خطر آن را محاسبه نمایند و ریسک نقدینگی، قابلیت تجمیع با سایر ریسک‌ها را خواهد داشت.

به‌منظور ارائه راهکاری برای کمی‌سازی ریسک نقدینگی، شاخصی با عنوان نیاز نقدینگی بانک تعریف می‌شود. این شاخص تابعی از تغییرات دارایی‌ها و بدهی‌های بانک خواهد بود؛ یعنی زمانی که دارایی‌های بانک افزایش می‌یابد، برای تأمین مالی این افزایش، نیازمند خروج نقدینگی خواهیم بود و برعکس در زمان افزایش بدهی‌ها، نقدینگی بانک افزایش خواهد یافت. به‌عبارت‌دیگر، تغییرات دارایی‌ها و بدهی‌ها در بانک‌ها به تغییرات در جریان نقد منجر شده و شاخص نیاز نقدینگی نتیجه تعامل بین افزایش و کاهش تمامی اقلام دارایی‌ها و بدهی‌های بانک خواهد بود؛ بنابراین متغیر نیاز نقدینگی بانک را می‌توان با مدل‌سازی اقلام تشکیل‌دهنده آن بررسی نمود.

رفتار مشتریان بانک در خصوص دریافت، تمدید یا بازپرداخت تسهیلات و سپرده‌گذاری یا برداشت سپرده‌ها، تابع عوامل گوناگون اقتصادی و رفتاری می‌باشد. از آنجایی که رفتار مشتریان قابلیت پیش‌بینی دقیقی ندارد، لذا نیاز نقدینگی بانک‌ها را می‌توان به‌عنوان یک فرآیند تصادفی در نظر گرفت. روش‌های مختلفی برای مدل‌سازی این اقلام در ادبیات موضوع شامل روش‌های مرسوم اقتصادسنجی کلاسیک پیش‌بینی‌شده است. این پژوهش درصدد است تا با استفاده از روش‌های اقتصادسنجی نوین همچون فرآیندهای تصادفی این اقلام را مدل‌سازی نماید تا از این روش به مدل‌سازی شاخص نیاز نقدینگی بانک دست یابد؛ لذا از مدل‌های فرآیند تصادفی کاکس-اینگرسل-راس^۱ (CIR) و بازگشت به میانگین انتشار-پرش^۲ (MRJD) برای مدل‌سازی متغیرهای تأثیرگذار بر نیاز نقدینگی استفاده شده است. از مزایای این روش نسبت به روش‌های متعارف اقتصادسنجی این است که با در نظر گرفتن فرض تصادفی بودن متغیرهای مدل‌سازی، می‌توان رفتار آن‌ها را با استفاده از یکی از مدل‌های مرسوم فرآیند تصادفی، الگوسازی نمود.

پس از مدل‌سازی متغیرها (اقلام دارایی و بدهی)، شاخص نیاز نقدینگی^۳ بانک مدل‌سازی می‌شود. به‌ازای هر سناریو، افزایش یا کاهش در هر یک از اقلام دارایی و بدهی‌های بانک اتفاق می‌افتد و در نتیجه آن، یک نیاز نقدینگی برای بانک به وجود می‌آید. به‌دیگر معنا، نیاز نقدینگی بانک، تابعی از تغییرات در دارایی‌ها و بدهی‌ها در سناریوهای مختلف است. اگر به‌ازای تعداد زیادی سناریو این فرآیند ادامه یابد، به توزیعی از نیاز نقدینگی بانک در این سناریوهای مختلف خواهیم رسید. در صورتی که نیاز نقدینگی بانک منفی باشد، عملاً با ریسک نقدینگی مواجه هستیم. به‌عبارتی، هم‌زمان هر دو شاخه آن یعنی ریسک نقدینگی تأمین مالی^۴ و ریسک نقدشوندگی دارایی‌ها^۵ بر بانک تحمیل می‌شود (بنکس^۶، ۲۰۱۴).

-
- 1 . Cox, Ingersoll & Ross (CIR)
 - 2 . Mean-Reverting Jump Diffussion (MRJD)
 - 3 . Liquidity Needs Index
 - 4 . Funding Liquidity Risk
 - 5 . Asset Liquidity Risk
 - 6 . Banks

مرحله بعدی، محاسبه زیان بانک به ازای سناریوهای محتمل است. این زیان به واسطه فروش بخشی از دارایی‌های بانک به وجود می‌آید. هرچه میزان کسری نقدینگی بیشتر باشد، بانک ملزم به فروش بیشتر دارایی‌ها است و با توجه به وضعیت نقدشوندگی هر یک از دارایی‌ها و حجم آن، احتمال فروش به قیمت کمتر جهت تأمین نقدینگی، بیشتر خواهد بود و لذا زیان محتمل نیز بیشتر خواهد بود. در صورتی که توزیع زیان شبیه‌سازی شده را به دست آوریم قادر به محاسبه سنجه‌های ریسک آن یعنی ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی آن خواهیم بود.

یکی از مهم‌ترین جنبه‌های کاربردی این پژوهش، تعیین حد بهینه سرمایه اقتصادی می‌باشد تا به بانک‌ها، سهامداران آن‌ها و دیگر ذینفعان، این اطمینان را بدهد که سرمایه نگهداری شده به حدی است که جوابگوی زیان‌های آتی باشد. از طرفی با توجه به ماهیت ریسک نقدینگی، نگهداری حجم مطلوبی از دارایی‌های نقد باکیفیت، بالاترین اهمیت را دارد. بانک‌هایی که به اندازه کافی از این دسته دارایی‌ها نگهداری می‌نمایند، خود را در برابر خروج نقدینگی بیمه می‌کنند. مهم‌ترین دغدغه بانک‌ها، نگهداری حجم مناسبی از آن‌ها می‌باشد تا هم‌زمان هم ریسک عدم ایفای تعهدات آن‌ها را حداقل نماید و هم هزینه فرصت نگهداری این دسته از دارایی‌ها، حداقل شود.

در ادامه پژوهش پس از بررسی پیشینه پژوهش، به روش‌شناسی و چگونگی توسعه مدل پرداخت شده است. سپس با توجه به مفروضاتی مشخص، مدل ارائه شده مورد بررسی قرار گرفته و بر اساس خروجی آن سنجه‌های ریسک زیان نقدینگی تخمین زده شده و نتایج و پیشنهادها کاربردی ارائه گردیده است.

مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

در تعریف عام، نقدینگی به در دسترس بودن منابع وجوه نقد و شبه نقد که به‌عنوان جریان اصلی هر موسسه تجاری و دولتی تلقی می‌گردد، گفته می‌شود. در صورتی که نقدینگی را در دسترس بودن منابع وجوه نقد و شبه نقد تعریف نماییم، آنگاه ریسک زیان ناشی از عدم وجود و یا کمبود وجوه نقد را ریسک نقدینگی می‌نامیم. به صورت دقیق‌تر، ریسک زیان ناشی از عدم توانایی تأمین وجه با هزینه معقول یا فروش یک دارایی به قیمت منصفانه آن به منظور پوشش تعهدات قابل انتظار و غیرقابل انتظار را ریسک نقدینگی تعریف می‌کنیم (بنکس، ۲۰۱۴).

لازم به ذکر است که بین نقدینگی و نقدشوندگی تفاوت مهمی وجود دارد که گاهی منجر به بروز اشتباه در تحلیل مفهوم نقدینگی می‌شود. این واقعیت که تمام یا نزدیک به تمام دارایی‌های بانک، نهایتاً قابل تبدیل شدن به وجه نقد برای پرداخت تعهدات هستند مربوط به میزان نقدشوندگی دارایی‌های بانک است و نه نقدینگی آن. نقدینگی توانایی برخورد بهینه با جریان نقد جاری و پیش‌بینی شده است، بدون اینکه عملیات روزمره را دستخوش تغییر قرار دهد (متر و ثو، ۲۰۰۷).

پژوهش‌هایی که در حوزه ریسک نقدینگی هستند و قرابت زیادی با این پژوهش در دو دسته قرار می‌گیرند. دسته اول، پژوهش‌هایی هستند که ریسک نقدینگی بنگاه‌های اقتصادی را بررسی می‌کنند، آن‌ها عموماً به دنبال بهینه کردن نگهداری وجه نقد در شرکت‌ها هستند. از جمله آن‌ها

می‌توان به پژوهش‌های بامول^۱ (۱۹۵۲)، میلر و اور^۲ (۱۹۶۶)، لیو و ژین^۳ (۲۰۰۸) و ملو و بیلچ^۴ (۲۰۱۳) اشاره نمود. در حوزه مدیریت وجوه نقد^۵، بنیادی‌ترین پژوهش مربوط به بامول (۱۹۵۲) می‌شود که در آن حد بهینه نقدینگی در بنگاه را بر اساس رویکرد مقدار بهینه سفارش (EOQ) تعیین می‌کند. مدل بامول سعی دارد تا بین هزینه فرصت نگهداری پول (نرخ بهره) و هزینه انتقال (تبدیل دارایی‌ها به وجه نقد و برعکس) تعادل برقرار کند. در همین حوزه مدیریت وجوه نقد، شاخه دیگری از پژوهش‌ها با مقاله میلر و اور (۱۹۶۶) با اقبال بیشتری مواجه گردید. پژوهشگران، جریان‌ات نقدی را متغیری تصادفی با توزیع نرمال در نظر می‌گرفتند. در مدل آن‌ها دودسته دارایی وجود دارد، وجه نقد و دارایی‌های باکیفیت نقد شوندگی بالا که در آن وجه نقد یک متغیر تصادفی است.

پس از آن پژوهشگرانی همچون، دالنباخ^۶ (۱۹۷۴)، هیندر و والدمان^۷ (۲۰۰۱)، لیو و ژین (۲۰۰۸) و ملو و بیلچ (۲۰۱۳) با تعدیلاتی همچون بررسی مانایی سری وجوه نقد، وارد کردن زنجیره مارکوف و استفاده از منطق فازی سعی در بهبود مدیریت وجوه نقد داشته‌اند. همچنین، پریماچاندر^۸ (۲۰۰۴) با معرفی مدلی که با استفاده از تخمین بخش انتشار^۹، حد بالای مدل میلرو و اور (۱۹۶۶) را تعیین می‌کرد، مدل اولیه را بهبود دادند و هزینه‌های مدیریت روزانه وجوه را برآورد نمودند. آن‌ها دقت تخمین مدل را به مقدار زیادی افزایش دادند که عمده دلیل آن، رهایی از محدودیت‌های موجود در مدل میلر و اور (۱۹۶۶) بود. این محدودیت‌ها به واسطه مدل پیشنهادی آن‌ها قابل چشم‌پوشی شد.

در پژوهش‌هایی که اخیراً در حوزه ریسک نقدینگی و ریسک نقدینگی تأمین مالی در بانک‌ها صورت گرفته می‌توان به پژوهشی که توسط تران و همکاران (۲۰۱۹) صورت پذیرفته اشاره نمود که در آن عوامل تأثیرگذار بر ریسک نقدینگی در بانک‌های تجاری ویتنام را مورد بررسی قرار دادند. پژوهشگران با استفاده از روش حداقل مربعات خطا تأثیر بازار بین‌بانکی، نسبت تسهیلات به سپرده‌ها، مدیریت مؤثر ریسک اعتباری و نرخ بهره بلندمدت بر ریسک نقدینگی بانک‌های تجاری ویتنام بررسی نمودند. همچنین می‌توان به پژوهش‌های دیگری همچون ویجیک-مازور (۲۰۱۹) که به بررسی عوامل تأثیرگذاری بر ریسک نقدینگی صنعت بانکداری لهستان و پژوهش چودری و همکاران (۲۰۱۹) که در همین چارچوب، عوامل مؤثر بر ریسک نقدینگی در بانکداری اسلامی در بنگلادش را مورد پژوهش قرار داده‌اند نیز اشاره نمود.

اگرچه که در خصوص عوامل مؤثر بر ریسک نقدینگی در بانک‌ها مقالات متعددی منتشر شده است (توانا و همکاران (۲۰۱۸)، الهی (۲۰۱۷)، کیمائی و همکاران (۲۰۱۵)، لاستوکوا (۲۰۱۶)، تران و همکاران (۲۰۱۹)، ویجیک-مازور (۲۰۱۹)، چودری و همکاران (۲۰۱۹))، اما در بین پژوهشگران اجماع نظر در خصوص روش‌های اندازه‌گیری ریسک نقدینگی وجود ندارد (ماروزوا (۲۰۱۷)).

در دسته دوم پژوهشگرانی بوده‌اند که به اندازه‌گیری و نه تعیین عوامل مؤثر بر ریسک نقدینگی پرداختند. به‌عنوان نمونه بسارا و همکاران (۲۰۱۶) روشی برای اندازه‌گیری ریسک نقدینگی بانک‌های تجاری شیلی

- 1 . Baumol
- 2 . Miller and Orr
- 3 . Liu and Xin
- 4 . Melo and Bilich
- 5 . Cash Management
- 6 . Daellenbach
- 7 . Hinderer and Waldmann
- 8 . Premachandra
- 9 . Diffusion

پیشنهاد نمودند. اساس مدل پیشنهادی آن‌ها، رفتار بانک‌های تجاری در بازار بین‌بانکی بوده است. همچنین بای و همکاران (۲۰۱۴) شاخص عدم تطابق نقدینگی (LMI) را برای اندازه‌گیری ریسک نقدینگی بانک‌ها معرفی نمودند. پژوهشگران ادعا نمودند که این شاخص قابلیت پیش‌بینی بحران‌های نقدینگی در سطح خرد و کلان را دارد و با آزمون گذشته آن توانستند بحران اقتصادی سال ۲۰۰۸ را برآورد نمایند. همچنین پژوهشگرانی با استفاده از تئوری احتمال و فرآیند تصادفی، سعی در ارائه چارچوب و مدل کمی از ریسک نقدینگی هستند که می‌توان پژوهش‌های پری و استاجی^۱ (۲۰۰۰) و اشمالتز^۲ (۲۰۰۹) را نام برد.

اشمالتز (۲۰۰۹) مدلی کمی از اندازه‌گیری و مدیریت ریسک نقدینگی در بانک‌های تجاری ارائه کرده است، وی از فرآیند تصادفی برای مدل‌سازی استفاده کرده است. در پژوهش وی، جریان‌ات نقدی هر یک از محصولات (دارایی‌ها، بدهی‌ها و اقلام زیرخطی) جداگانه مدل‌سازی می‌شوند، بدین صورت که هر محصول ممکن است دارای جریان‌ات نقدی (۱ قطعی^۳) تصادفی منتج شده از نیاز نقدینگی^۴ و (۳) جریان‌ات نقدی منتج شده از ریسک شهرت^۵ باشند. جدول ۱ مدل شماتیک این پژوهشگر را نشان می‌دهد.

جدول ۱. مدل ریاضی اشمالتز (۲۰۰۹) برای انواع محصولات بانک

مثال	تسهیلات	سپرده جاری	فرار سپرده‌ها
طبقه	قطعی	تصادفی / ریسک نقدینگی	تصادفی / ریسک شهرت
نحوه مدل‌سازی	$\mu_{tk}^i \Delta t$	$\sigma^i \Delta W_{tk}^i$	$S^i \Delta J_{tk}^i$
$CF_{tk}^i = (\mu_{tk}^i \Delta t + \sigma^i \Delta W_{tk}^i + S^i \Delta J_{tk}^i) \times CF_{t_0}^i$			

که در آن:

μ_{tk}^i : جزء رانش^۶، نشان‌دهنده جریان مورد انتظار در زمان t می‌باشد.

σ^i : انحراف معیار جریان‌ات نقدی هر محصول

ΔW_{tk}^i : تغییرات فرآیند وینر^۷

ΔJ_{tk}^i : فرآیند پرش^۸

S^i : ضریب (coefficient) محصول i ام به فرآیند تصادفی / ریسک شهرت

به‌علاوه، در پژوهشی که توسط پری و استاجی (۲۰۰۰) صورت گرفته است، آن‌ها برای مدل‌سازی جریان‌ات نقدی که دارای زودبرداشت (برداشت پیش از موعد) و سپرده‌گذاری‌های حجم بالا است، از حرکت براونی^۹ با جزء رانش به همراه پرش‌های مثبت و منفی با توزیع پواسون مرکب^{۱۰} استفاده کرده‌اند. برای مدل‌سازی رفتار سپرده‌ها به‌مانند سایر متغیرهای مالی، روش‌های گوناگونی وجود دارد. طی پژوهشی که توسط فراندورفر و شورل^{۱۱} (۲۰۰۵) صورت گرفت، پژوهشگران به این نتیجه رسیدند که حجم سپرده‌های

- 1 . Perry and Stadje
- 2 . Schmaltz
- 3 . Deterministic
- 4 . Stochastic / Liquidity
- 5 . Stochastic/ Confidence
- 6 . Drift
- 7 . Wiener Process
- 8 . Jump Process
- 9 . Brownian motion.
- 10 . Compound Poisson process.
- 11 . Frauendorfer and Schürle.

پس‌انداز^۱ در اقتصاد سوئیس با افزایش نرخ بهره کاهش و با کاهش نرخ بهره افزایش می‌یابد؛ یعنی نرخ بهره عامل تعیین‌کننده حجم سپرده‌ها در آینده می‌باشد. این نتایج در پژوهش کاکبرنر و ویلینگ^۲ (۲۰۰۴) مورد تأیید واقع نشد. از طرفی مدلی که سلواجو^۳ (۱۹۹۶) معرفی می‌کند، از نرخ بهره بازار و متغیرهای اقتصاد کلان همچون درآمد ملی، رشد اقتصادی و نرخ تورم برای مدل‌سازی و پیش‌بینی سپرده‌های پس‌انداز استفاده می‌کند. در همین راستا پژوهش اوبرین^۴ (۲۰۰۰) نیز از متغیرهای اقتصاد کلان به‌عنوان بهترین متغیرهای توضیحی یاد می‌کند؛ اما بیش‌ترین مطالعات به بررسی تأثیر نرخ بهره بر رفتار سپرده پرداخته‌اند. پژوهشگرانی همچون جارو و ون‌دوتتر^۵ (۱۹۹۸) علاوه بر نرخ بهره، اثر روند زمانی را نیز در نظر می‌گیرند و به ارائه مدلی برای پیش‌بینی حجم سپرده‌های پس‌انداز می‌پردازند. همچنین، بسیاری از پژوهشگران به نحوی، تصادفی بودن را در مدل‌سازی خود لحاظ کردند. همچون پژوهشی که کاکبرنر و ویلینگ^۶ (۲۰۰۴) علاوه بر متغیرهای کلان اقتصادی یک جزء تصادفی را با استفاده از فرآیند وینر به مدل خود اضافه نمودند. آدام و همکاران^۶ (۲۰۰۴) برای مدل‌سازی رفتار سپرده‌های پس‌انداز، هم‌زمان با استفاده از حرکت براونی هندسی به مدل‌سازی رفتار نرخ بهره و حجم سپرده‌ها پرداخت و سپس آن دو را با استفاده از ضریب همبستگی به همدیگر مرتبط نمود.

همگام با پیشرفت مهندسی و علوم مربوط به فرآیندهای تصادفی در دنیا و کاربردی کردن در انواع بازارهای مالی شامل بازار پول و سرمایه در ایران نیز، طی سال‌های اخیر پژوهش‌هایی در این زمینه صورت گرفته است. در مقاله مولایی و همکاران (۱۳۹۵) قیمت سهام را با استفاده از دو نوع فرآیند تصادفی مدل‌سازی نمودند. داده‌های این پژوهش شامل مشاهدات روزانه شاخص کل قیمت بازار سهام، شاخص ۵۰ شرکت برتر و شاخص ۳۰ شرکت بزرگ بورس اوراق بهادار تهران در بازه زمانی ۵ فروردین ۱۳۸۵ تا ۲۶ فروردین ۱۳۹۴ است. به‌منظور مدل‌سازی رفتار شاخص قیمت از دو معادله دیفرانسیل تصادفی حرکت براونی هندسی و حرکت براونی هندسی همراه با گارچ غیرخطی استفاده شده است. بر اساس نتایج این پژوهش، (۱) با توجه به معیار لگاریتم تابع درست‌مایی، حرکت براونی هندسی همراه با گارچ غیرخطی در هر سه گروه از داده‌های موردبررسی دارای عملکرد بهتر نسبت به حرکت براونی هندسی است. (۲) بر اساس الگوی معادلات دیفرانسیل تصادفی با نوسان تصادفی، شاخص کل قیمت بیشتر تحت تأثیر اخبار خوب است. (۳) تأثیر اخبار بد بر شاخص ۳۰ شرکت بزرگ بورس بیش از تأثیر اخبار خوب است. (۴) واریانس غیرشرطی شاخص کل در دو نقطه زمانی دارای شکست ساختاری است، واریانس غیرشرطی شاخص ۵۰ شرکت برتر در یک نقطه زمانی دارای شکست ساختاری است و واریانس غیرشرطی شاخص ۳۰ شرکت بزرگ بورس پایدار بوده و فاقد شکست ساختاری است.

همچنین، خداویسی و ملابهرامی (۱۳۹۱) در پژوهشی پیش‌بینی نرخ ارز را با استفاده از فرآیندهای تصادفی بررسی کردند. در این مقاله به‌منظور مدل‌سازی و پیش‌بینی روند سری زمانی نرخ ارز در بازار رسمی ارز ایران، مدل حرکت براونی هندسی و مدل انتشار-پرش مرتون به کار می‌گیرند. نتایج پیش‌بینی این مدل‌ها با پیش‌بینی مدل «میانگین متحرک خودهمبسته یکپارچه»^۷ ARIMA مقایسه شده است. پژوهشگران به این جمع‌بندی می‌رسند که مدل حرکت براونی هندسی قادر به در نظر گرفتن جهش‌های موجود در نرخ ارز نمی‌باشد و بهترین مدل برای پیش‌بینی این سری زمانی، مدل انتشار-پرش مرتون است.

- 1 . Saving Accounts.
- 2 . Kalkbrener and Wiling.
- 3 . Selvaggio.
- 4 . O'Brien.
- 5 . Jarrow and Van Deventer.
- 6 . Adam et al.
- 7 . AutoRegressive Integrated Moving Average

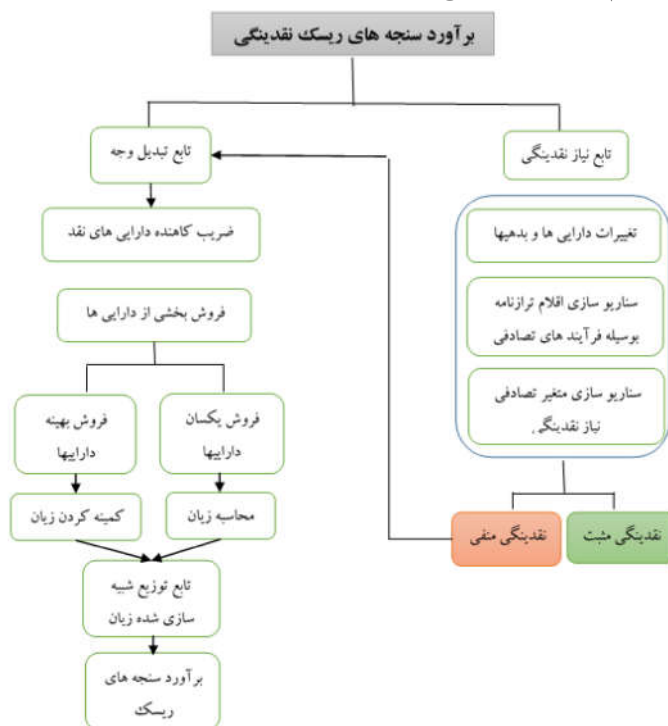
در مقاله‌ای دیگر، فلاح‌پور و مطهری‌نیا (۱۳۹۶) نوسان تحقق یافته در شاخص بورس تهران را با استفاده از فرآیند انتشار-پرش مدل‌سازی نمودند. نتایج آن‌ها حاکی از آن بود که مدل‌سازی نوسان تحقق یافته بر اساس فرآیند انتشار-پرش خطای کمتری نسبت به مدل‌های گذشته دارد.

روش‌شناسی پژوهش

این پژوهش از نظر جهت‌گیری پژوهش، کاربردی و از نظر استراتژی، تجربی و هدف آن، اکتشافی است. داده‌های موردنیاز از پایگاه اطلاعاتی و خلاصه دفتر کل حسابداری یکی از بانک‌های تجاری ایران استخراج شده است. داده‌های مورد استفاده به منظور تخمین پارامترهای مدل‌های پیشنهادی شامل میانگین هفتگی تمامی متغیرهای مستقل به مدت ۱۳۹ هفته می‌باشد. این داده‌ها از آذر سال ۱۳۹۰ تا مرداد ۱۳۹۵ جمع‌آوری شده است. پارامترهای فرآیندهای تصادفی مورد استفاده با استفاده از کد نویسی در نرم‌افزار MATLAB تخمین زده می‌شود و روش کالیبره کردن و تخمین پارامترهای مدل‌های فرآیند تصادفی، تابع حداکثر درست‌نمایی^۱ می‌باشد.

در گام اول پژوهش، اقلام دارایی‌ها و بدهی‌ها با توجه به نوع رفتار، توسط یک فرآیند تصادفی مرتبط پیش-بینی و سناریوسازی شده است و سپس با استخراج نیاز نقدینگی، در صورتی که دارای کسری نقدینگی باشیم، نیازمند تبدیل دارایی‌ها به وجه نقد جهت جبران کسری خواهیم بود. برای این کار بخشی از دارایی‌ها به فروش می‌رسد که الگوی فروش می‌تواند به صورت یکسان بر اقلام دارایی و یا به صورت بهینه بر اساس ضرایب نقد شوندگی مرتبط باشد. سپس بر اساس زیان حاصل از این فروش می‌توان تابع توزیع شبیه‌سازی شده را استخراج نمود و بر اساس آن، سنجه‌های ریسک زیان نقدینگی را برآورد نمود.

ساختار کلی انجام این روش به شرح شکل ۱ است:



شکل ۱. ساختار کلی انجام پژوهش

در ادامه برای هر بخش نیز به‌طور مفصل توضیحات لازم آورده شده است.

الف) فرآیندهای تصادفی

فرآیندهای تصادفی، الگوهای مناسبی برای مدل‌سازی رفتار یک متغیر تصادفی است. در تعریف ریاضی، فرآیندهای تصادفی مجموعه‌ای از متغیرهای تصادفی با اندیس مرحله یا زمان هستند که وضعیت یک پدیده یا آزمایش تصادفی را در طول یک دوره نمایش می‌دهد. متغیرهای تصادفی و اندیس آن‌ها می‌تواند از انواع گسسته و پیوسته و نیز چندبعدی باشد.

مدل‌های مختلفی از فرآیندهای تصادفی معرفی شده‌اند که با توجه به مشخصه هر متغیر تصادفی، انتخاب می‌گردند. انتظار می‌رود در صورتی که توزیع آماری سری زمانی داده‌ها نرمال باشد، مدل حرکت براونی هندسی بتواند به‌خوبی بر آن برازش شود. اگر داده‌ها دارای پدیده بازگشت به میانگین باشند، فرآیند کاکس-اینگرسل-راس (CIR) می‌تواند بخش زیادی از عدم اطمینان موجود در سری زمانی را تبیین نماید؛ اما اگر توزیع داده‌ها، دم پهن تری^۱ نسبت به توزیع نرمال داشته باشد، فرآیند انتشار-پریش با ویژگی‌های آن سازگارتر خواهد بود و در نهایت اگر سری زمانی داده‌ها هر دو ویژگی بازگشت به میانگین و پهن بودن دم را داشته باشند، بهترین برازش‌کننده فرآیند انتشار-پریش بازگشت به میانگین خواهد بود (بریگو و همکاران^۲، ۲۰۰۷).

الف-۱) مدل کاکس-راس-اینگرسل (CIR)

یکی از شناخته‌شده‌ترین فرآیندهای تصادفی بازگشت به میانگین، فرآیند واسیچک می‌باشد که اولین بار از آن برای مدل‌سازی رفتار تصادفی نرخ‌های بهره کوتاه‌مدت استفاده گردید (واسیچک^۳، ۱۹۷۷).

$$dX_t = \alpha(\theta - X_t)dt + \sigma dW_t \quad (\text{رابطه ۱})$$

که در آن، dX_t تغییرات متغیر موردبررسی، X_t متغیر موردبررسی، σ انحراف معیار متغیر موردبررسی، α سرعت بازگشت به میانگین آن متغیر و θ میانگین بلندمدت سری زمانی آن متغیر و dW_t تغییرات ناشی از فرآیند وینر است.

در توسعه مدل واسیچک، طی پژوهشی که توسط کاکس و همکاران (۱۹۸۵) در خصوص مدل‌سازی نرخ بهره انجام دادند، به این نتیجه رسیدند که می‌توان مدل واسیچک (۱۹۷۷) را توسعه داد و رابطه ۱ به شرح زیر توسعه پیدا کرد:

$$dX_t = \alpha(\theta - X_t)dt + \sigma\sqrt{X_t}dW_t \quad (\text{رابطه ۲})$$

که در آن پارامترهای مدل همان پارامترهای رابطه ۱ می‌باشد.

برای شبیه‌سازی این فرآیند در سری‌های زمانی غیر پیوسته از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$X(t_i) = \alpha\theta\Delta t + (1 - \alpha\Delta t)X(t_{i-1}) + \sigma\sqrt{X(t_{i-1})}\Delta t\epsilon_i \quad (\text{رابطه ۳})$$

که در آن:

$$\epsilon_i \sim N(0,1)$$

الف-۲) مدل بازگشت به میانگین انتشار-پریش

در مدل بازگشت به میانگین انتشار-پریش در حقیقت با یک مدل دو جزئی روبرو هستیم که در قسمت اول بخش بازگشت به میانگین متغیر موردبررسی و در قسمت دوم پریش‌های خارج از روال

1 . Fat-tailed.

2 . Brigo et al.

3 . Vasicek

الگوسازی می‌شود. در این پژوهش نیز از مدلی مشابه به مدلی که نامپالا^۱ در سال ۲۰۰۹ برای شناسایی رفتار قیمت برق در بورس انجام داده است، استفاده می‌گردد:

$$dX(t) = (\alpha - \theta X(t))dt + \sigma dW(t) + J(\mu_j, \sigma_j)dN(\lambda) \quad \text{رابطه ۴}$$

که در آن، α و θ ، پارامترهای مربوط به پدیده بازگشت به میانگین، σ انحراف معیار، $W(t)$ فرآیند وینر، $J(\mu_j, \sigma_j)$ ، توزیع نرمال با میانگین μ_j و انحراف معیار σ_j و نشان‌دهنده شدت هر پرش، $N(\lambda)$ توزیع پواسن با میانگین λ که تعداد دفعات پرش در بازه زمانی dt را تعیین می‌کند.

استفاده از فرایند تصادفی برای پیش‌بینی اقلام ترازنامه

در این پژوهش با اقتباس از مقالات پری و استاجی (۲۰۰۰) و اشمالتر (۲۰۰۹) برای مدل‌سازی جریان‌ات نقدی و تغییرات اقلام دارایی‌ها و بدهی‌ها، متناسب با نوع رفتار آن قلم، فرآیند تصادفی مرتبط استفاده شده است. به‌عنوان مثال برای مدل‌سازی جریان‌ات نقدی که دارای زود برداشت‌ها و سپرده‌گذاری‌های با حجم بالا است، از حرکت براونی با جزء رانش به همراه پرش‌های مثبت و منفی با توزیع پواسن مرکب استفاده شده است.

ب) تابع نیاز نقدینگی

می‌دانیم که اگر جریان‌ات نقدی خروجی از جریان‌ات ورودی بیشتر باشد، کسری یا نیاز نقدینگی به وجود می‌آید. به عبارتی اگر:

$$\text{if } CF^- > CF^+ \rightarrow \alpha < 0$$

$$\text{if } CF^+ > CF^- \rightarrow \alpha > 0$$

(جریان‌ات نقدی خروجی با CF^- و جریان‌ات نقدی ورودی با CF^+ نشان داده شده است)

در طرف دارایی‌ها، هرگونه افزایش، باعث خروج نقدینگی و هرگونه کاهش باعث افزایش نقدینگی می‌شود. برای نمونه، اعطای تسهیلات جدید، باعث افزایش دارایی‌ها و در نتیجه خروج نقدینگی خواهد شد و از طرفی، فروش بخشی از دارایی‌های ثابت و بازپرداخت اقساط تسهیلات، باعث کاهش دارایی‌ها و افزایش نقدینگی می‌شود. در سمت چپ ترازنامه، دقیقاً برعکس این حالت برقرار می‌باشد؛ یعنی با افزایش سپرده‌ها، بدهی‌ها افزایش و در نتیجه باعث افزایش نقدینگی می‌شود. موارد فوق را می‌توان به شکل زیر نشان داد:

$$\Delta A > 0 \rightarrow CF^-, \quad \Delta A < 0 \rightarrow CF^+, \quad \Delta L > 0 \rightarrow CF^+, \quad \Delta L < 0 \rightarrow CF^-$$

$$\alpha_i = \alpha_{i-1} + \sum_{i=1}^n \Delta L_i - \sum_{i=1}^n \Delta A_i \quad \text{رابطه ۵}$$

دارایی و تغییرات آن با A و ΔA و بدهی و تغییرات آن با L و ΔL نمایش داده شده است. در صورتی که $\alpha < 0$ باشد، به این معناست خروج جریان‌ات نقدی بیشتر از ورود جریان‌ات نقدی بوده است و نیاز به نقدینگی وجود دارد. در این حالت بانک می‌بایست از طریق استقراض و یا نقد کردن بخش از دارایی‌ها، این نیاز را برطرف کند (لوبنیتز و روردا، ۲۰۱۱).

در این پژوهش از اطلاعات تاریخی اقلام دارایی و بدهی‌های یکی از بانک‌های تجاری ایران استفاده شده است تا با مدل‌سازی متغیرهای مستقل تابع نیاز نقدینگی، نقدینگی بانک برای دوره ۵۲ هفته‌ای، ده هزار بار سناریوسازی شود. مدل مورد استفاده برای تعیین نیاز نقدینگی که برگرفته از مطالعه لوبنیتز و روردا (۲۰۱۱) است، به شرح زیر می‌باشد:

$$\Delta\alpha_i = \Delta CD_i + \Delta PD_i + \Delta ID_i + \Delta OD_i - \Delta PLSL_i - \Delta FL_i - \Delta PL_i - \Delta FA_i \quad (\text{رابطه ۶})$$

که در آن:

CD: سپرده‌های جاری، PD: سپرده‌های پس‌انداز، ID: سپرده‌های سرمایه‌گذاری، OD: سایر سپرده‌ها، PLSL: تسهیلات مشارکتی، FL: تسهیلات مبادله‌ای، PL: تسهیلات قرض‌الحسنه و FA: دارایی‌های ثابت و α : نقدینگی بانک که شامل خالص حساب بانک نزد بانک مرکزی به‌اضافه خالص سپرده‌گذاری و سپرده‌پذیری نزد سایر بانک‌های تجاری می‌باشند.

ج) تابع تبدیل وجه

درنهایت، پس از انتخاب مدل فرآیند تصادفی استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو برای پیش‌بینی سناریوهای آتی هر قلم از دارایی و بدهی‌ها و جایگذاری آن‌ها در رابطه ۶، متغیر تصادفی نیاز نقدینگی بانک برای دوره‌های آتی در سناریوهای متعدد به دست می‌آید. در این مرحله، دو حالت متصور است: در هر سناریو ممکن است نیاز نقدینگی بانک منفی یا مثبت باشد. در صورتی که بانک با کسری نقدینگی (نیاز نقدینگی منفی) ($\alpha < 0$) مواجه شود، الزاماً می‌بایست با فروش بخشی از دارایی‌ها، کسری نقدینگی خود را پوشش دهد.

در این مقاله فرض می‌شود زمانی که نیاز نقدینگی رخ می‌دهد، بانک ملزم است تا بخشی از دارایی‌های خودش را در بازار ثانویه بفروشد و آن را تبدیل به وجه نقد کند. بدین منظور می‌بایست در ابتدا مفهوم پرتفوی دارایی‌های بانک را تعریف کنیم و فرض می‌کنیم که فرآیند نقد کردن دارایی‌های بانک، تابعی است مقعر که حد بالای آن ارزش به‌روز شده^۱ آن دارایی‌ها می‌باشد (اشمالتر ۲۰۰۹). قیمت فروش هر دارایی در بازار ثانویه ممکن است متفاوت از ارزش ذاتی آن باشد. این مسئله وابسته به متغیرهای زیادی از جمله، نوع دارایی، حجم فروش، مدت‌زمان فروش، شرایط بازار ثانویه و ... دارد. میزان اختلاف قیمت فروش و ارزش ذاتی دارایی را با ضریب کاهنده^۲ نشان می‌دهند. ضریب کاهنده هر دارایی را بر اساس مطالعه اشمالتر (۲۰۰۹) و رابطه ۷ تخمین می‌زنیم.

$$L_t = (1 - HC^S(\tau)) \times PV_t \quad (\text{رابطه ۷})$$

که در آن، L_t ارزش بازاری، PV_t ارزش ذاتی، HC^S ضریب کاهنده و τ دوره زمانی نیاز به وجه نقد می‌باشد. همچنین ضریب کاهنده تابعی است از ضریب کاهنده آتی و سرعت بهبود آن:

$$HC_{tk} = HC^{ON} \times e^{-\eta \cdot tk} \quad (\text{رابطه ۸})$$

که در آن HC^{ON} ضریب کاهنده آتی، η سرعت بهبود ضریب کاهنده است که برابر است با:

$$\eta = -\frac{\ln \frac{a}{HC^{ON}}}{\tau^{marg}} \quad (\text{رابطه ۹})$$

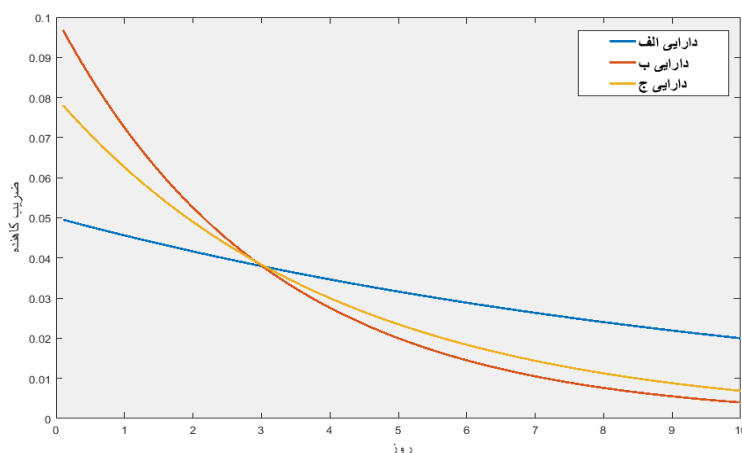
در حقیقت خواهیم داشت:

$$HC_{ij} = HC_i^{ON} \times e^{-\left(-\frac{\ln \frac{a}{HC^{ON}}}{\tau^{marg}}\right) \times j}$$

در این مقاله، فرض شده است سه دسته دارایی در بانک منتخب وجود دارد که هر کدام پارامترهای مختلف و حجم مخصوص به خود را در پرتفوی دارایی‌های بانک دارند. جدول ۲ پارامترهای دارایی‌های فرضی را نشان می‌دهد.

جدول ۲. پارامترهای دارایی‌های نقد شونده بانک

شرح	حجم (هزار میلیارد ریال)	a	τ^{marg}	HC^{ON}
دارایی الف	۶,۰۰۰	۲٪	۱۰	۵٪
دارایی ب	۲۵,۰۰۰	۲٪	۵	۱۰٪
دارایی ج	۱۵,۰۰۰	۳٪	۴	۸٪



شکل ۲. ضریب کاهنده دارایی‌های نقد شونده بانک منتخب در طی زمان

همان‌گونه که می‌دانیم، ضریب کاهنده هر دارایی وابسته به پارامترهای جدول ۲ و زمان است. به‌نحوی که هر چه از مبدأ زمان به جلو پیش می‌رویم ضریب کاهنده هر دارایی از HC^{ON} به سمت a میل می‌کند. با توجه به مدل ارائه‌شده انتظار بر این است که ضریب کاهنده با گذر زمان به‌صورت لگاریتمی کاهش پیدا کند. شکل ۲ ضریب کاهنده هر دارایی را طی زمان به تصویر کشیده است. همان‌گونه که از شکل ۲ مشخص است، ضریب کاهنده دارایی‌ها با گذر زمان کاهش می‌یابد؛ اما کاهش آن‌ها یکسان نیست. به‌عنوان نمونه دارایی الف کمترین ضریب کاهنده را برای فروش در لحظه دارد ولی اگر بیش از چهار روز فرصت برای نقد کردن دارایی‌ها وجود داشته باشد، دارایی ب مطلوب‌ترین ضریب کاهنده را خواهد داشت.

(د) حداقل کردن زیان نقدینگی

در زمانی که بانک نیاز دارد تا در شرایط بحرانی وجوه نقد تولید کند (نیاز نقدینگی)، بانک تلاش می‌کند تا تفاوت بین قیمت به‌روز شده دارایی‌ها و قیمت فروش آن‌ها، حداقل گردد (هزینه نقدینگی). به‌بیان‌دیگر، در هر سناریویی که نیاز نقدینگی ایجاد شود و بانک ملزم به فروش بخشی از دارایی‌های خود گردد، با توجه به تفاوت بین قیمت فروش در بازار و ارزش ذاتی مدنظر، ممکن است بانک متحمل هزینه شود. این هزینه که به‌واسطه دو بعد اساسی ریسک نقدینگی یعنی نقدینگی تأمین وجوه و نقدشوندگی در بازار ایجاد می‌شود را به‌عنوان هزینه‌ها یا زیان ریسک نقدینگی در نظر می‌گیریم. از آنجایی که نیاز نقدینگی یک متغیر تصادفی فرض شده است، لذا زیان ناشی از ریسک نقدینگی نیز، به‌صورت یک متغیر تصادفی به دست خواهد آمد.

به‌منظور حداقل سازی هزینه و زیان نقدینگی ناشی از فروش بخشی از دارایی‌ها در فرآیند پاسخ به نیاز نقدینگی بانک، لازم است از الگوریتم‌های بهینه‌سازی استفاده شود. روشی که در این مقاله برای بهینه‌سازی استفاده شده است، با توجه به غیرخطی بودن ضرایب کاهنده دارایی‌ها، الگوریتم بهینه‌سازی غیرخطی مقید می‌باشد.

هزینه‌های نقدینگی رابطه مستقیمی با ضریب کاهنده هر دارایی دارد. هر چه ضریب کاهنده دارایی بیشتر باشد، فروش آن دارایی زیان بیشتری به بانک تحمیل خواهد کرد؛ بنابراین، منطقی‌ترین راه برای کاهش هزینه‌های بانک، فروش دارایی‌هایی با کمترین ضریب کاهنده خواهد بود.

$$\text{Minimize loss} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^t HC_{i,j} \times \text{Asset}_{i,j}$$

subjected to:

$$\sum_{j=1}^t \text{Asset}_{1,j} \leq A_1$$

$$\sum_{j=1}^t \text{Asset}_{2,j} \leq A_2$$

$$\sum_{j=1}^t \text{Asset}_{n,j} \leq A_n$$

$$\text{Asset}_{i,j} \geq 0$$

رابطه ۱۰)

که در آن $i = 1, 2, \dots, n$ تعداد دارایی‌های موجود در پرتفوی بانک که در صورت نیاز نقدینگی آن‌ها را به فروش می‌گذارد، $j = 1, 2, \dots, t$ تعداد روزهایی است که بانک فرصت دارد تا دارایی خود را به منظور پوشش نیاز نقدینگی به فروش برساند. A_i حجم دارایی n ام در پرتفوی بانک می‌باشد. تابع هدف حداقل کردن زیان می‌باشد. زیان ناشی از مجموع فروش دارایی i ام در روز j ام ضرب در ضریب کاهنده دارایی i ام در روز j ام است. متغیر هدف حجم فروش دارایی i ام در روز j ام است که با نماد $\text{Asset}_{i,j}$ نشان داده شده است. محدودیت اول بیان می‌کند که مجموع فروش تمامی دارایی‌ها در تمامی روزها باید به اندازه نیاز نقدینگی بانک باشد. محدودیت‌های بعدی مربوط به این است که فروش یک دارایی در تمامی روزها نمی‌تواند از حجم آن دارایی در پرتفوی بانک بیشتر باشد. آخرین محدودیت هم مربوط به غیر منفی بودن فروش دارایی‌ها است. در این مقاله، میزان و ترکیب فروش دارایی‌ها در دو حالت فرض شده است و بر آن اساس، زیان فروش دارایی‌ها محاسبه شده است:

حالت اول (فروش برابر): در این حالت به ازای هر واحد کسری نقدینگی، از سه دسته دارایی تعریف شده در جدول ۲، به میزان مساوی فروش صورت می‌پذیرد. تفاوت بین قیمت فروش دارایی‌ها و ارزش ترازنامه‌ای آن‌ها که ناشی از ضریب کاهنده آن‌ها می‌باشد، باعث به وجود آمدن زیان می‌شود. حالت دوم (فروش بهینه): در این حالت به ازای هر واحد کسری نقدینگی، حجم فروش هر دارایی توسط بهینه‌یابی غیرخطی مقید رابطه ۱۰ محاسبه می‌شود. در این روش لزوماً فروش همه دارایی‌ها در یک دوره توجیه نخواهد داشت، چرا که نه تنها میزان ضریب کاهنده آن‌ها با یکدیگر متفاوت خواهد بود بلکه، ضریب کاهنده هر دارایی طی زمان نیز ثابت نخواهد بود (شکل ۲).

۵) انتخاب بهترین مدل برای تخمین

از آنجایی که برای پیش‌بینی و سناریوسازی مقادیر متغیرهای مورد مطالعه در دوره‌های آینده، از مدل‌های فرآیندهای تصادفی استفاده می‌شود، به منظور انتخاب بهترین مدل، نیازمند استفاده از یک معیار هستیم که

نشان‌دهنده قدرت و دقت پیش‌بینی مدل‌های مختلف باشد. بر این اساس، مدلی برای سناریوسازی انتخاب می‌شود که معیار خطای آن از بقیه مدل‌ها کمتر باشد. در ادامه، معیارهای مختلفی که در پژوهش‌های گذشته برای ارزیابی عملکرد پیش‌بینی مورد استفاده قرار گرفته است، بررسی و دلیل انتخاب معیار MAPE تشریح می‌گردد.

۱-۵) معیار میانگین مربعات خطا^۱ (MSE)

روشی برای برآورد میزان خطاست که در آن از مجذور تفاوت بین مقادیر تخمینی و واقعی استفاده شده است. مقدار این معیار همیشه بزرگ‌تر و مساوی صفر است. هرچه مقادیر این معیار کمتر باشد، خطای پیش‌بینی کمتر است. رابطه ۱۱ نحوه محاسبه این معیار را نشان می‌دهد.

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad \text{رابطه ۱۱}$$

که در آن y_i مقادیر واقعی متغیر تحت مطالعه و \hat{y}_i مقادیر پیش‌بینی شده می‌باشد.

۲-۵) معیار مجذور میانگین مربعات خطا^۲ (RMSE)

یکی از نقاط ضعف معیار MSE، بدون مقیاس بودن آن و در نتیجه عدم تفسیرپذیری آن می‌باشد. به عنوان نمونه، اگر مقادیر مورد پیش‌بینی ریال باشد، معیار MSE، خطای آن را به صورت ریال به توان دو نشان می‌دهد. معیار RMSE با جذر گرفتن از آن بر این مشکل غلبه می‌کند. همانند قبل، هر چه این معیار کمتر و به صفر نزدیک‌تر باشد، عملکرد بهتری را نشان می‌دهد.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad \text{رابطه ۱۲}$$

۳-۵) معیار میانگین انحرافات مطلق خطا^۳ (MAE)

نقطه ضعف معیارهای فوق‌الذکر، حساسیت بالای آن‌ها به چند مورد خطای بسیار زیاد می‌باشد. چرا که هرچه خطا بیشتر باشد، چون به توان دو می‌رسد، اثر آن در معیار بسیار بالاتر خواهد بود. معیار MAE به جای استفاده از مربع کردن خطاها، قدر مطلق انحراف پیش‌بینی از مقادیر واقعی را محاسبه می‌نماید.

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad \text{رابطه ۱۳}$$

۴-۵) معیار میانگین درصد انحرافات مطلق خطا^۴ (MAPE)

اگر بخواهیم خطای پیش‌بینی یک مدل را برای متغیرهای مختلف بررسی کنیم، استفاده از معیارهای فوق تحت تأثیر مقادیر آن متغیر خواهد بود؛ یعنی اگر مقادیر متغیر اول بر حسب هزار تومان و مقادیر متغیر دوم بر حسب میلیارد تومان باشد، نمی‌توان عملکرد مدل را با استفاده از معیارهای فوق برای این دو متغیر به کار برد. برای فائق آمدن بر این مسئله از معیار MAPE استفاده می‌شود. این معیار علاوه بر مزایای معیارهای قبلی، قابلیت قیاس بین متغیرها را نیز دارا می‌باشد که برای این پژوهش نیز استفاده شده است.

- 1 . Mean Squared Error (MSE)
- 2 . Root Mean Square Error (RMSE)
- 3 . Mean Absolute Error (MAE)
- 4 . Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

پس از تخمین پارامترهای هر مدل، نوبت به ارزیابی و انتخاب بهترین مدل در تبیین رفتار هر متغیر مستقل می‌رسد. در اینجا قدرت سناریوسازی مدل‌ها را با هم مقایسه نماییم. بدین منظور بر روی هر متغیر، هر دو مدل اجرا شده‌اند و هر مدل ۱۰,۰۰۰ سناریو از رفتار آن متغیر را تولید نموده است. انتخاب بهترین مدل از حیث قدرت سناریوسازی بر مبنای معیار MAPE خواهد بود. از آنجایی که در این پژوهش به منظور پرهیز از اثرات تصادفی در انتخاب بهترین مدل، به جای مقایسه تک سناریو، از ۱۰,۰۰۰ سناریو استفاده شده است، لذا به میزان ۱۰,۰۰۰ معیار MAPE نیز وجود خواهد داشت؛ بنابراین، مدلی به عنوان بهترین مدل انتخاب خواهد شد که میانگین ۱۰,۰۰۰ معیار MAPE آن کمتر از بقیه باشد.

جدول ۳ نتایج ارزیابی عملکرد مدل‌ها را بر اساس معیار MAPE خلاصه کرده است.

جدول ۳. پارامترهای دارایی‌های نقد شونده بانک

مدل منتخب	میانگین معیار MAPE برای ۱۰,۰۰۰ سناریو		نماد	متغیر
	MRJD	CIR		
CIR	۱۲,۵۲	۱۰,۶	CD	سپرده جاری
MRJD	۶,۵۹	۸,۵۲	PD	سپرده پس‌انداز
CIR	۵,۹۸	۵,۸۷	ID	سپرده مدت‌دار
MRJD	۴,۱۹	۸,۱۶	OD	سایر سپرده‌ها
CIR	۷,۶۵	۷,۳	PL	تسهیلات قرض‌الحسنه
CIR	۸,۰۱	۷,۲۶	PLSL	تسهیلات عقود مشارکتی
CIR	۷,۱۲	۶,۸۷	FL	تسهیلات عقود مبادله‌ای
MRJD	۹,۵۸	۱۱,۷	FA	دارایی‌های ثابت

(و) تخمین پارامترهای مدل

پیش از محاسبه نیاز نقدینگی بانک در سناریوهای مختلف، لازم است متغیرهای مستقل آن با استفاده از مدل‌های فرآیند تصادفی مدل‌سازی شوند. مدل‌های مورد استفاده شامل کاکس- اینگرسل- راس (CIR) و بازگشت به میانگین انتشار-پرش (MRJD) می‌باشد که بسته به رفتار تاریخی هر متغیر، مدل مناسب انتخاب می‌شود. جدول ۴، مدل منتخب و جدول ۴ تخمین پارامترهای آن را برای هر متغیر به تصویر کشیده است.

جدول ۴. مقادیر پارامترهای مدل‌های CIR و MRJD برای متغیرهای مستقل

پارامتر	مدل	CD*	PD	ID	OD	PL*	PLSL	FL	FA
CIR	alpha	۱,۶۶	-	۱,۱۸	-	۰,۹۴	۰,۸۲	۳,۵	-
	sigma	٪۰,۳۴	-	٪۸	-	٪۰,۲	٪۸	٪۲۶	-
	theta	۰,۳۲	-	۰,۹۹	-	۰,۳۱	۱,۰۰	۰,۹۶	-
MRJD	alpha	-	(٪۶,۸)	-	٪۱۷,۲	-	-	-	(٪۸,۶)
	sigma	-	٪۱۸,۸	-	٪۳۸,۷	-	-	-	٪۵,۲
	theta	-	۴۶,۶۱	-	۴۸,۷۳	-	-	-	۵۱,۸۰
	lambda	-	۱,۲۸	-	۶,۴۳	-	-	-	۲,۳۵
	mu-jump	-	٪۹,۴	-	(٪۳,۴)	-	-	-	٪۵,۷
	sigma-jump	-	۰,۰۰	-	٪۱۷	-	-	-	٪۱۵,۸

در جدول ۴، سه پارامتر اول مربوط به مدل CIR و شش پارامتر بعدی مربوط به مدل MRJD است. آن دسته از متغیرهایی که توسط مدل CIR مدل‌سازی شده‌اند، دارای مقدار برای پارامتر مربوطه هستند. علامت * مربوط به متغیرهایی است که قبل از روند زدایی مقادیر پارامترها تخمین زده شده است. به عبارتی، به استثنای دو متغیر CD و PL، تمامی متغیرها در ابتدا روند زدایی شده‌اند و سپس بر روی سری زمانی پسماندهای آن‌ها، پارامترهای مدل تخمین زده شده است. با استفاده از این پارامترها و رابطه‌های ۱۶ و ۱۷، مقادیر آتی متغیرهای تحت بررسی در سناریوهای مختلف پیش‌بینی می‌شوند. رابطه ۱۶، معادله شبیه‌سازی مدل CIR و رابطه ۱۷، معادله شبیه‌سازی مدل MRJD را نشان می‌دهد.

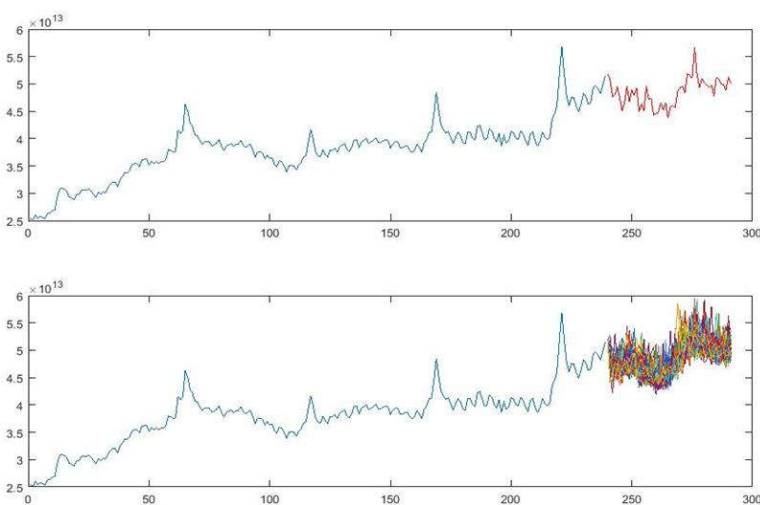
$$S_{t+1} = S_t + \theta(\alpha - S_t)\Delta t + \sigma \times \sqrt{S_t} \times \sqrt{\Delta t} \times \varepsilon_t \quad \text{رابطه ۱۶}$$

$$\varepsilon_t \sim N(0,1)$$

$$S_{t+1} = \alpha S_t + (1 - \theta\Delta t)S_t + \sigma\varepsilon_t\sqrt{\Delta t} + b_t(\mu_j + \sigma_j\varepsilon_t) \quad \text{رابطه ۱۷}$$

$$\varepsilon_t \sim N(0,1), b_t \sim B(1, \lambda\Delta t)$$

به‌عنوان نمونه متغیر سپرده پس‌انداز (PD) برای ۵۲ هفته‌آینده با استفاده از مقادیر پارامترهای جدول ۴ و رابطه ۱۷، پیش‌بینی شده است.

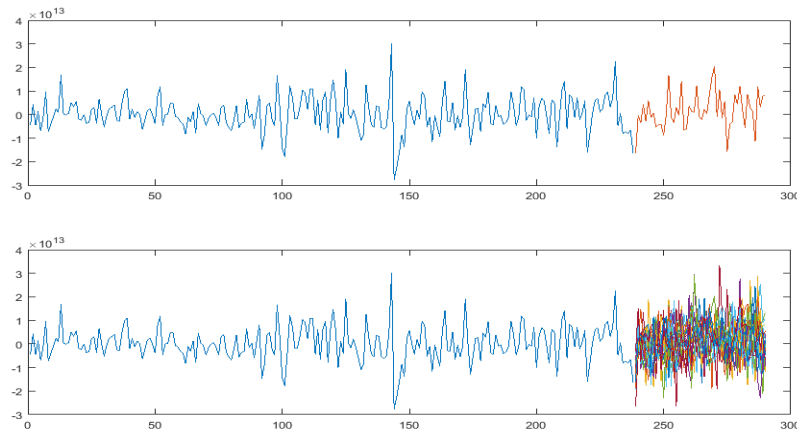


شکل ۳. مسیر ۵۲ هفته‌ای آینده مانده سپرده‌های پس‌انداز (PD).

شکل ۳ مسیر ۵۲ هفته‌ای مقدار سپرده پس‌انداز را به تصویر کشیده است. نمودار بالا، منحنی قرمز رنگ ۵۲ هفته پیش‌بینی شده را برای مانده سپرده‌ها نشان می‌دهد. نمودار پایین، مسیر ۵۲ هفته‌ای آینده مانده سپرده‌ها را طی ۱۰۰ سناریو نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که تمامی مقادیر متغیرهای مستقل، برای ۵۲ هفته و طی ۱۰ هزار سناریو پیش‌بینی شده است.

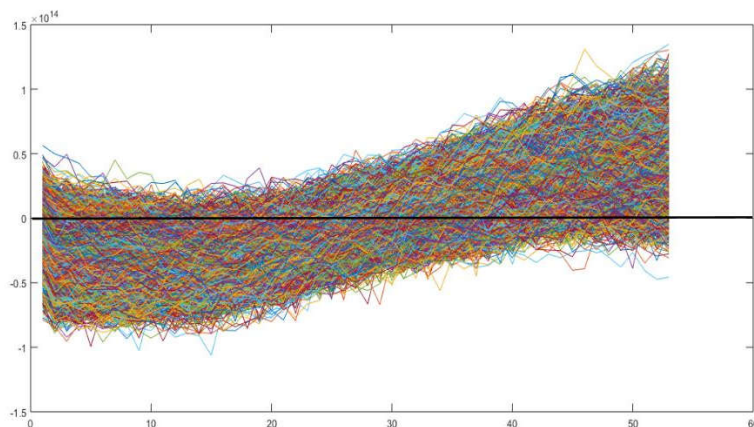
پس از آن که مقادیر متغیرهای مستقل تابع نیاز نقدینگی، پیش‌بینی گردید، با استفاده از رابطه ۶، تغییرات نقدینگی بانک برای ۵۲ هفته آینده پیش‌بینی می‌شود. از آنجایی که متغیرهای مستقل طی ۱۰ هزار سناریو پیش‌بینی شده است، تغییرات نقدینگی بانک نیز برای ۱۰ هزار سناریو پیش‌بینی می‌شود. شکل ۴، تغییرات نیاز نقدینگی بانک را در امتداد ۲۳۹ داده موجود نشان می‌دهد. برای نشان دادن

بهتر عملکرد مدل، در دو حالت تک سناریویی و ۲۰ سناریویی، این نمودار تهیه شده است. لازم به ذکر است کل سناریوها ۱۰,۰۰۰ مورد می باشد که نمی توان آن را در نمودار به تصویر کشاند و صرفاً ۲۰ سناریو به تصادف از بین آن‌ها انتخاب شده است.



شکل ۴. سناریوسازی تغییرات نیاز نقدینگی

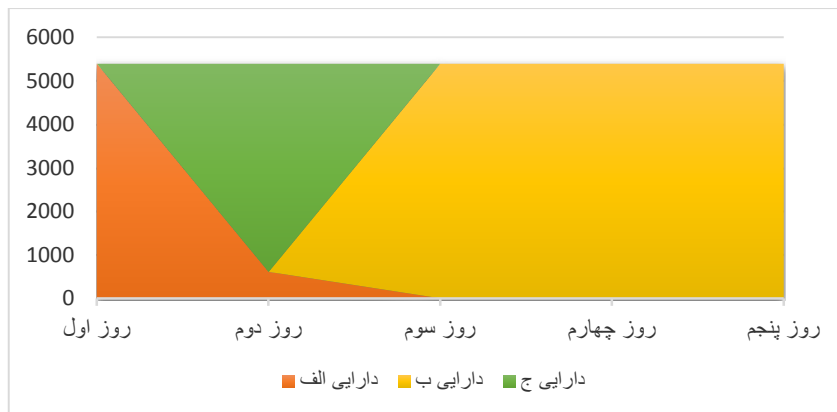
در شکل ۴، نمودار بالا خط نارنجی ۵۲ هفته پیش‌بینی شده تحت یک سناریو تصادفی است. در نمودار پایین خطوط رنگی نتایج بیش‌بینی ۵۲ هفته‌ای تغییرات نیاز نقدینگی در ۲۰ سناریو را نشان می‌دهد. در هر دو نمودار، قسمت آبی رنگ ابتدایی، مقادیر واقعی تغییرات نیاز نقدینگی (آلفا) برای مدت‌زمان ۲۳۹ هفته است.



شکل ۵. پیش‌بینی مسیر نقدینگی بانک برای ۵۲ هفته آتی

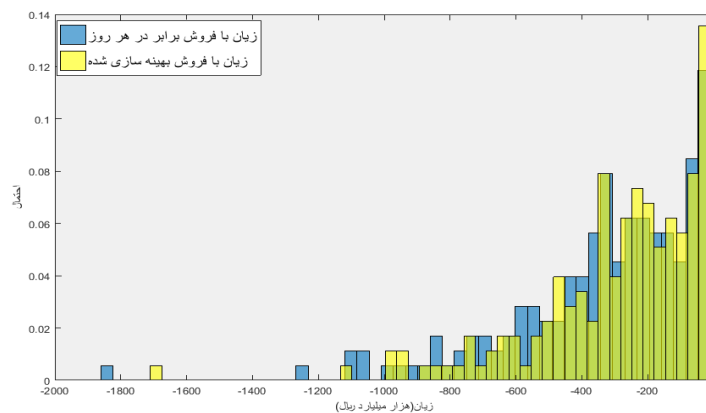
با استفاده از مقادیر تغییرات نقدینگی، می‌توان وضعیت نقدینگی بانک را پیش‌بینی نمود. شکل ۵، وضعیت نقدینگی بانک را در ۵۲ هفته متوالی و طی ۱۰ هزار سناریو به تصویر کشیده است. خط مشکی رنگ، نقدینگی صفر را نشان می‌دهد. در هفته ۵۲، تنها در ۱۶۵ سناریو، نقدینگی بانک منفی شده است که نیاز به اقدام جبرانی از سوی بانک می‌باشد. همان‌گونه که در بخش‌های قبلی عنوان شد، پوشش کسری نقدینگی با فروش بخشی از دارایی‌های نقد بانک صورت می‌گیرد.

شکل ۶، ترکیب بهینه فروش دارایی‌ها را در یک سناریو نشان می‌دهد. ابتدا دارایی‌هایی فروخته شده است که ضریب کاهنده آن‌ها در روزهای ابتدایی کمتر بوده است.



شکل ۶. ترکیب بهینه فروش دارایی‌ها

حال می‌توان با توجه به حجم کسری نقدینگی و ترکیب فروش دارایی‌ها و ضرایب کاهنده آن‌ها، زیان بانک را محاسبه نمود. از آنجایی که زیان بانک وابسته به متغیر تصادفی نیاز نقدینگی است، تابع توزیع شبیه‌سازی شده‌ای از زیان به دست خواهد آمد. شکل ۷، تابع توزیع زیان را در دو حالت فروش بهینه و فروش برابر نشان می‌دهد.



شکل ۷. مقایسه توزیع زیان در حالت بهینه‌سازی و فروش برابر

اکنون می‌توان با استفاده از این تابع توزیع شبیه‌سازی شده سنجه‌های ریسک زیان نقدینگی را محاسبه نمود. جدول ۴، نتایج محاسبات را نشان می‌دهد. سنجه‌های VaR و cVaR زیان نقدینگی بانک را در دو حالت فروش بهینه و فروش برابر دارایی‌ها مقایسه و گزارش شده است. سطح اطمینان مورد استفاده، ۹۹ درصد بوده است.

جدول ۵. مقایسه سنجه‌های ریسک توزیع زیان در دو حالت فروش بهینه و برابر (میلیارد ریال)

فروش برابر	فروش بهینه	سنجه ریسک
۱،۱۱۱	۹۸۹	VaR
۱،۳۹۸	۱،۱۹۲	cVaR

نتیجه‌گیری و بحث

در این مقاله به منظور کمی‌سازی ریسک نقدینگی شاخصی از وضعیت نقدینگی بانک تحت عنوان نیاز نقدینگی تعریف گردید. این شاخص که تابعی از تغییرات حجم ارقام دارایی و بدهی می باشد، به عنوان نشانگری از ریسک نقدینگی بانک در نظر گرفته شده است. رابطه این شاخص با ارقام دارایی و بدهی به این صورت می باشد که هرگونه افزایش یا کاهش در حجم دارایی‌ها و بدهی‌ها، منجر به ورود و خروج نقدینگی بانک می‌شود.

هدف اصلی انجام این پژوهش، سناریوسازی نیاز نقدینگی هفتگی بانک برای ۵۲ هفته آتی بوده است. تا بدین وسیله بتوان با استفاده از تابع تبدیل وجه، تابع توزیع زیان نقدینگی بانک را برآورد و سنجه‌های ریسک نقدینگی را بر اساس آن تخمین زد.

بررسی رفتار سری زمانی متغیرهای مستقل تابع نیاز نقدینگی، بر اساس مدل‌های فرآیندهای تصادفی صورت پذیرفت. بدین مفهوم که دو مدل فرآیند تصادفی، کاکس-اینگرسل-راس (CIR) و مدل انتشار-پریش و بازگشت به میانگین (MRJD)، انتخاب شدند و پارامترهای آن‌ها با توجه به سری زمانی مانده‌های متغیرها، به روش حداکثر درست‌نمایی پیشنهاد شده توسط بریگو و همکاران تخمین زده شدند (بریگو و همکاران، ۲۰۰۷).

همچنین برای تأمین نقدینگی دو شیوه فروش یکسان و روش بهینه‌سازی شده دارایی‌ها مورد استفاده قرار گرفت که نتایج حاکی از آن است که فروش بهینه‌سازی شده، صرفه‌جویی زیادی را برای بانک به وجود می‌آورد، به طوری که در مجموع سناریوهایی که با کسری نقدینگی مواجه شده‌اند، فروش بهینه‌سازی شده صرفه‌جویی اقتصادی قابل ملاحظه‌ای به همراه خواهد داشت (مبلغ ۱،۱۱۱ به ۹۸۹ میلیارد ریال کاهش پیدا کرده). همچنین کسری نقدینگی بانک می‌تواند زیان‌های خسارت باری را به همراه داشته باشد. همان‌گونه که از جدول ۳ قابل مشاهده است، ارزش در معرض خطر (VaR) ریسک نقدینگی بانک در سطح اطمینان ۹۹ درصد برای بانک تجاری مورد مطالعه، قریب به هزار میلیارد ریال است؛ بنابراین نگهداری همین میزان سرمایه بانک را از خطر ورشکستگی ناشی از زیان‌های نقدینگی در بازه زمانی یک هفته مصون می‌سازد.

نتایج این پژوهش می‌تواند برای بانک‌های تجاری و بانک مرکزی بسیار مثر ثمر باشد. بدین صورت که با سناریوسازی نیاز نقدینگی هر بانک در دوره مدنظر، می‌توان به مقدار مطلوب نگهداری دارایی‌های نقد با کیفیت دست یافت. این مقدار هم می‌تواند به صورت داخلی توسط کمیته نقدینگی بانک‌ها تعیین شود و هم می‌تواند توسط بانک مرکزی با استفاده از ضرایب خاص و مدل پیشنهادی این مقاله به صورت استاندارد و حداقل الزامات نقدینگی ابلاغ گردد.

همچنین این نتایج را می‌توان برای تخمین فرار سپرده‌ها در یک دوره زمانی مشخص نیز به کار برد؛ یعنی برای هر سپرده، سناریوهای مختلفی تعیین می‌شود و سیاست‌های بانک در راستای جذب منابع جدید بر آن اساس ابلاغ می‌شود.

- Hinderer K. and K.H. Waldmann. 2001. Cash management in a randomly varying environment. *European Journal of Operational Research*, 130(3) , pp.468-485
- Howells, P. and K. Bain. 1999. *The Economics of Money, banking and Finance, a European Text*. Essex CM20 2JE, England: Pearson Education Limited, Edinburgh Gate, Harlow.
- Jarrow, R. and D. Van Deventer. 1998. The arbitrage-free valuation and hedging of demand deposits and credit cards loans. *Journal of banking and finance* 22, pp.249-272.
- Kafaie, M. and M. Rahzani. 2017. The Effect of Macroeconomic Variables on Banks' Liquidity Risk in Iran. *Quarterly Journal of Economic Research and Policies*, 25(81) , pp.261-310. (In Persian)
- Kalkbrener, M. and J. Wiling, (2004). Risk management of non-maturing liabilities. *Journal of Banking and Finance*. 28, pp.1547-1568.
- Khodavaishi, H. and A. Molabahrami. 2013. Modeling and Prediction Iranian Exchange Rate Based on Stochastic Differential Equations. *Journal of Economic Research*, 47, pp.129-144. (In Persian)
- Kimathi, A. R. Mugo, D. Njeje and K. Otieno. 2015. Factors Affecting Liquidity Risk Management Practices in Microfinance Institutions in Kenya. *Journal of Economics and Sustainable Development*. Vol.6, No.4
- Lastukova, J. 2016. Liquidity Determinants of the Selected Banking Sectors and their Size Groups. *Acta Universitatis Agriculturae et Silviculturae Mendelianae Brunensis*, 64(3) , pp.971-978.
- Liu, B. and C. Xin. 2008. An online model for managing cash: an alternative approach to the Miller-Orr model. In: 2013 international conference on computing, networking and communications (ICNC). pp.314-317
- Loebnitz, K. and B. Roorda. 2011. Liquidity Risk Meets Economic Capital and RAROC. Available at SSRN:<https://ssrn.com/abstract=1853233>.
- Marozva, G. 2017. An empirical study of liquidity risk embedded in banks' asset liability mismatches (Doctoral dissertation). University of South Africa, Pretoria.
- Matz, L. and P. Neu. 2007. *Liquidity Risk Measurement and Management - A practitioner's guide to global best practices*. Wiley. 1.2.
- Mehrara, M. and E. Bohloolvand. 2017. The Study of Effective Factors on Liquidity Risk in the Banking Industry Based on the Bayesian Approach: (Case Study Iranian Banks). *Iranian Economic Journal: Macroeconomics (IEJM)*, 22, pp.13-37. (In Persian)
- Melo M. and F. Bilich. 2013. Expectancy balance model for cash flow. *Journal of Economics and Finance*, Springer; Academy of Economics and Finance, vol. 37(2) , pp.240-252.
- Miller, M. and D. Orr. 1966. A Model of the Demand for Money by Firms. *The Quarterly Journal of Economics*, 80(3): 413-435.
- Molaei, S. and M.V. Barzani. 2016. Modeling Behavior of Stock Price Using Stochastic Differential Equation with Stochastic Volatility. *Financial Knowledge of Securities Analysis*, 32, pp.1-13. (In Persian)
- Nampala, H. 2009. Stochastic mean-reversion jump diffusion model with multiple mean reversion rates, A master thesis, University of Dar es Salaam.
- O'Brien, J. M. 2000. Estimating the Value and Interest Rate Risk of Interest-Bearing Transactions Deposits. FEDS Working Paper No. 00-53.
- Perry, D. and W. Stadje. 2000. Risk analysis for a stochastic cash management model. *Insurance: Mathematics and Economics*. 26, pp.25-36.
- Premachandra, I.M. 2004. A Diffusion Approximation Model for Managing Cash in Firms: An alternative approach to the Miller-Orr model. *European Journal of Operational Research*. 157, pp.218-226.
- Schmaltz, C. 2009. *A Quantitative Liquidity Model for Banks*. Springer.

- Selvaggio, R. 1996. Using the OAS methodology to value and hedge commercial bank retail demand deposit premiums, Chapter 12 in Fabozzi and Konishi, ed. *The Handbook of A/L Management*, Chicago: Probus Publishing, USA.
- Tavana, M. A. Abtahi, D. Di Caprio and M. Poortarigh. 2018. An Artificial Neural Network and Bayesian Network model for liquidity risk assessment in banking. *Neurocomputing*, 275, pp.2525–2554
- Tran T. T. T. Y.T. Nguyen, T.T.H. Nguyen and L. Tran .2019. The determinants of liquidity risk of commercial banks in Vietnam. *Banks and Bank Systems*, 14(1), pp.94-110.
- Vasicek, O. 1977. An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of Financial Economics*, 5, pp.177–188
- Wójcik-Mazur A. 2019. Analysis of Determinants of Liquidity Risk in Polish Banking Sector. *Contemporary Trends and Challenges in Finance*. Springer Proceedings in Business and Economics. Springer, Cham
- Yazdanpanah, A. and S. Shakib. 2009. Effective factors on banks liquidity risk (Bank mellat case study). *Financial Knowledge of Securities Analysis*, 3, pp.27-54. (In Persian)