

Research Paper

## Study of Temperature and Pressure Effect on Thermodynamic Properties of Thorium Phosphide Compound<sup>1</sup>

Mohammad Hossein Sahafi<sup>2</sup> and Omid Akhavan<sup>3\*</sup>

Received: 2023.01.21

Revised: 2023.03.11

Accepted: 2023.04.04

### Abstract

In this paper, we use density functional theory and first-principles calculations to evaluate the structural, dynamic, and thermophysical properties of thorium phosphide. The structural properties including lattice constant ( $a_0$ ), bulk modulus ( $B_0$ ), and first-order derivative of bulk modulus ( $B_0'$ ) are calculated by fitting the Brich-Murnaghan third-order equation of state and compared with other experimental data. This comparison shows a satisfactory agreement between the calculated and experimental lattice constants. The phonon dispersion diagram is calculated by the linear response approach along the high symmetry points. The results indicate the absence of negative modes in the phonon spectrum, which shows that the structure is dynamically stable. We observe a good agreement with the comparison of the obtained optical frequency with the experimental data from the inelastic neutron measurement. The analysis of the phonon density of the states diagram shows a phonon gap in the distance from 115 to 262 cm<sup>-1</sup> for this material. Thermodynamic properties including Debye temperature, vibrational entropy, isothermal bulk modulus, isochoric heat capacity, thermal expansion, and Grüneisen parameter are evaluated by the quasi-harmonic Debye method at high pressures and temperatures. It is observed that the Debye temperature of thorium phosphide decreases with increasing temperature at a constant pressure and increases with increasing pressure at a constant temperature. The reduction of the Grüneisen parameter due to the application of pressure shows the changes in the phonon frequencies with the changes in the volume of the unit cell. Also, the increase of the Groningen parameter due to the increase in temperature can be the result of changing the dynamics of the network.

**Keywords:** Phonon Dispersion, Thermodynamic Properties, Density Functional Theory, Quantum ESPRESSO, Ceramic.

<sup>1</sup> DOI:10.22051/ijap.2023.42680.1312

<sup>2</sup> Postdoctoral Researcher, Department of Physics, Sharif University of Technology, Tehran, Iran.

Email: Moha.sahafi91@sharif.edu

<sup>3</sup> Associate Professor, Department of Physics, Sharif University of Technology, Tehran, Iran.

(Corresponding Author). Email: oakhavan@sharif.edu



## مطالعه اثر دما و فشار بر روی ویژگی‌های ترمودینامیکی

### ترکیب فسفید توریم<sup>۱</sup>

محمد حسین صحافی<sup>۲</sup> و امید اخوان<sup>۳\*</sup>

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۱۱/۰۱

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۱۲/۲۰

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۱/۱۵

فصلنامه علمی فیزیک کاربردی ایران

دانشکده فیزیک، دانشگاه الزهرا

سال سیزدهم، پیاپی ۳۴، پاییز ۱۴۰۲

صفحه ۷ - ۲۴

#### چکیده:

در این مقاله، از نظریه‌ی تابعی چگالی و محاسبات اصول اولیه جهت ارزیابی ویژگی‌های ساختاری، دینامیکی و ترموفیزیکی فسفید توریم استفاده شده است. ویژگی‌های ساختاری شامل ثابت شبکه ( $A(0)$ ، مدول حجمی ( $B(0)$ ) و مشتق مرتبه‌ی اول مدول حجمی ( $B'(0)$ ) می‌باشد که با استفاده از برازش معادله حالت درجه سوم بریج-مورنگون محاسبه و با سایر داده‌های تجربی مقایسه می‌شوند. این مقایسه نشان دهنده همخوانی رضایت‌بخش بین ثابت شبکه محاسبه شده و تجربی است. دیاگرام پاشندگی فونونی با استفاده از رهیافت پاسخ خطی در امتداد نقاط پر تقارن محاسبه شده است. نتایج نشان دهنده نبود مدهای منفی در طیف فونونی و درنتیجه در تعادل بودن ساختار به صورت دینامیکی است. با مقایسه بسامد نوری به دست آمده با داده تجربی ناشی از اندازه گیری غیرکشسان نوترون، همخوانی مناسبی ملاحظه شد. تحلیل نمودار چگالی حالت‌های فونونی این ماده نشان دهنده وجود یک شکاف فونونی در فاصله  $115\text{ cm}^{-1}$  تا  $262\text{ cm}^{-1}$  است. ویژگی‌های ترمودینامیکی شامل دمای دبای، آنتروپی ارتعاشی، مدول حجمی هم‌دماء، ظرفیت گرمایی هم‌حجم، انبساط حرارتی و پارامتر گرونایزون با کمک روش شبه‌هماهنگ دبای در فشار و دمای‌های بالا ارزیابی شده‌اند. مشاهده شده است که دمای دبای این ماده با افزایش دما در یک فشار ثابت کاهش یافته و با افزایش فشار در یک دمای ثابت افزایش می‌یابد. کاهش پارامتر گرونایزون بر اثر اعمال فشار، تغییرات بسامد‌های فونونی را با تغییرات حجم سلول واحد نشان می‌دهد. همچنین، افزایش پارامتر گرونایزون در اثر افزایش دما، می‌تواند نتیجه تغییر دینامیک شبکه باشد.

**واژگان کلیدی:** پاشندگی فونونی، ویژگی‌های ترمودینامیکی، نظریه تابعی چگالی، کوانتم اسپرسو، سرامیک.

<sup>۱</sup> DOI: 10.22051/ijap.2023.42680.1312

Email: Moha.sahafi91@sharif.edu

<sup>۲</sup> دانشیار، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران. (نویسنده مسئول). Email: oakhavan@sharif.edu



## ۱. مقدمه

به تازگی، توریم و ترکیباتش چون، اکتینیدها، لانتانیدها و پنکتیدها<sup>۱</sup> به دلیل اهمیت از جنبه کاربرد در فناوری مورد توجه قرار گرفته‌اند [۱]. سرامیک‌ها بر پایه‌ی توریم پنکتیدها به دلیل چگالی بالا، رسانندگی گرمایی بالا و نقطه ذوب بالا می‌توانند گزینه‌های خوبی به عنوان مواد هسته‌ای جایگزین در راکتورهای زاینده<sup>۲</sup> نسل جدید باشند [۲]. از دیدگاه فنی، فسفید توریم با داشتن ویژگی‌های نوترونی مناسب و تولید مواد پرتوزای کمتر نسبت به سایر اکسیدهای اکتینید، می‌تواند به عنوان سوخت هسته‌ای بارور در صنعت هسته‌ای به کار بrede شود [۳]. از آن‌جا که توریم هسته بارور<sup>۳</sup> است و نه یک هسته شکافت‌پذیر<sup>۴</sup>، با جذب یک نوترون حرارتی، ایزوتوپ پایدار  $^{232}Th$ <sup>۵</sup> به ایزوتوپ ناپایدار  $^{233}Th$  تبدیل می‌شود، که با واپاشی بتای منفی  $^{233}Th$  به  $^{91}_{\alpha}Pa$  و  $^{233}_{\beta}Pa$  تحت واپاشی بتای منفی در پایان به ایزوتوپ شکاف‌پذیر  $^{233}_{\gamma}U$  تبدیل می‌شود. پیش‌یابی ویژگی‌های ترموفیزیکی، مکانیکی و کشسانی مواد هسته‌ای یکی از مهم‌ترین مسائل در علوم مواد و مهندسی هسته‌ای به منظور ارزیابی عملکرد سوخت‌های هسته‌ای به شمار می‌رود [۴]. در سال‌های کنونی، توریم و ترکیبات آن موضوع کارهای نظری [۵-۷] و تجربی [۸-۱۰] بوده است. محمد صدیق و همکاران، با استفاده از نظریه تابعی چگالی ویژگی‌های ساختاری، ترموالکتریک و مغناطیسی توریم پنکتایدها را با استفاده از روش امواج تخت بهبود یافته خطی با پتانسیل کامل (FP-LAPW+LO) محاسبه کردند [۳]. چندین مطالعه نظری روی ضرایب کشسان، اثر فشار در انتقال فاز ساختاری، پیوند شیمیایی و ساختار الکترونی توریم پنکتیدها انجام شده است [۱۱ و ۱۲]. و دوره و همکاران، بسامد نوری و طول موج‌های فرودی کلکوژنیدهای اکتینید با استفاده از پراکندگی غیرکشسان نوترون را مورد مطالعه قرار داده‌اند [۱۳]. هوانگ و همکاران، ویژگی‌های ساختاری، مکانیکی و گرمایی اکسیدهای اکتینید را با استفاده از روش ابتدا به ساکن در چارچوب تقریب شبیه تعییم یافته بررسی کردند [۱۴]. در کارهای پیشین، پاشندگی فونونی و ویژگی‌های ترمودینامیکی فسفید توریم تحت دما و فشار بالا مورد بررسی قرار نگرفته است. کمبود داده‌های تجربی و نظری ویژگی‌های ترموفیزیکی و ارتعاشی فسفید توریم به عنوان سوخت محتمل نیروگاه هسته‌ای، ما را علاقمند به انجام این پژوهش کرد.

<sup>1</sup> Pnictides

<sup>2</sup> Fast Breeder Reactors

<sup>3</sup> Fertile

<sup>4</sup> Fissile



هدف از کار پیش‌رو، بررسی ویژگی‌های دینامیکی و ترمودینامیکی ThP با استفاده از نظریه‌ی تابعی چگالی و نظریه‌ی اختلالی تابعی چگالی در چارچوب شبه‌پتانسیل‌های موج بهبود یافته تصویر شده<sup>۱</sup> می‌باشد. چگالی حالت‌های ارتعاشی و ساختار نواری فونونی در امتداد مسیرهای پرتقارن در منطقه اول بریلوئن با استفاده از روش پاسخ خطی محاسبه شده است. ویژگی‌های ترموفیزیکی ThP با استفاده از مدل شبهماهنگ دبای در شرایط فشار هیدرولاستاتیک مطالعه شده است. به همین منظور، جزئیات محاسبات شامل کد محاسباتی کوانتم اسپرسو و شبه‌پتانسیل‌ها در بخش دوم توضیح داده شده‌اند. بخش سوم الگوهای نظری جهت محاسبه ویژگی‌های ترمودینامیکی و ساختاری را بیان می‌کند. بررسی و نتایج به دست آمده در بخش‌های چهارم و پنجم گنجانده شده است.

## ۲. جزئیات محاسبات

محاسبات در چارچوب نظریه‌ی تابعی چگالی با استفاده از کد محاسباتی کوانتم اسپرسو، که یک بسته محاسباتی متن باز است، و روش امواج تخت انجام شده است. برای در نظر گرفتن برهمکنش‌های الکترون-یون از شبه‌پتانسیل‌های موج بهبود یافته‌ی تصویر شده در فرمول‌بندی پردو-بورک-ارنرهاف<sup>۲</sup> برای پتانسیل تبدیلی-همبستگی استفاده شد [۱۵، ۱۶]. به منظور حل معادلات تک ذره کان-شم نمونه‌برداری از ناحیه‌ی اول بریلوئن به صورت یک شبکه  $21 \times 21 \times 18$  از فضای نقاط  $k$  با استفاده از روش مش‌بندی مونخورست-پک<sup>۳</sup> صورت گرفته است [۱۷]. انتگرال‌گیری روی منطقه اول بریلوئن با روش مارزاری-واندریلت<sup>۴</sup> [۱۸] انجام و ماتریس‌های هامیلتونی به روش دیویدسون<sup>۵</sup> قطعی‌سازی شده‌اند. توابع موج الکترونی با یک ارزی قطع Ry<sup>۶</sup> بهینه شده‌اند و خطای مجاز در ارزی کل بین دو چرخه‌ی خود-سازگار در حدود  $10^{-5} \text{ eV}$ <sup>۷</sup> بر اتم است. محاسبات دینامیک شبکه بر پایه‌ی نظریه‌ی اختلالی تابعی چگالی بدست آمده‌اند. به همین منظور یک شبکه  $4 \times 4 \times 4$  از فضای نقاط کاهاش ناپذیر در ناحیه اول بریلوئن جهت محاسبه ماتریس‌های دینامیکی انتخاب شد. همچنین، ویژگی‌های ترمودینامیکی با استفاده کد محاسباتی ترمو<sup>۸</sup> بدست آمده و نمودارها با نرم افزار سیگما پلات<sup>۹</sup> رسم شدند.

<sup>1</sup> Projected Augmented Wave

<sup>2</sup> Perdew-Burke-Ernzerhof

<sup>3</sup> Monkhorst Pack

<sup>4</sup> Marzari-Vanderbilt

<sup>5</sup> Davidson

<sup>6</sup> Thermo\_Pw

<sup>7</sup> SigmaPlot



### ۳. توابع ترمودینامیکی

به منظور شرح ویژگی‌های گرمایی در شرایط هیدرواستاتیک از مدل شبه-هماهنگ دبای استفاده شد [۱۹]. انرژی گیبس غیرتعادلی به صورت تابعی از حجم، فشار و دما در این مدل به صورت زیر بیان می‌شود:

$$G^*(V; P, T) = E(V) + PV + A_{vib}[\theta(V); T] \quad (1)$$

که  $E(V)$  انرژی استاتیک است،  $PV$  جمله‌ی هیدرواستاتیک و  $A_{vib}(\Theta(v), T)$  سهم ارتعاشی انرژی آزاد هلمهولتز است و به صورت زیر محاسبه می‌شود [۲۰]:

$$A_{vib}(\theta_D; T) = nk_B T \left[ \frac{9}{\lambda} \frac{\theta_D}{T} + 3 \ln \left[ 1 - e^{-\frac{\theta_D}{T}} \right] - D \left[ \frac{\theta_D}{T} \right] \right] \quad (2)$$

که در آن،  $\Theta$  دمای دبای،  $D \left( \frac{\Theta}{T} \right)$  انتگرال دبای و  $n$  تعداد اتم‌ها در سلول واحد اولیه است. انرژی آزاد گیبس غیرتعادلی را می‌توان به صورت زیر کمینه کرد:

$$\left( \frac{\partial G^*(V; P, T)}{\partial V} \right)_{P, T} = . \quad (3)$$

در مدل شبه-هماهنگ دبای، دمای دبای به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\theta_D = \frac{\hbar}{k} \left[ 6\pi \gamma V^{\frac{1}{3}} n \right]^{\frac{1}{3}} f(\sigma) \sqrt{\frac{B_s}{M}} \quad (4)$$

که در آن،  $\hbar$  ثابت پلانک کاہن‌یافته،  $V$  حجم سلول واحد،  $B_s$  مدول حجمی آدیباتیک و  $M$  جرم سلول اولیه می‌باشد.  $f(\sigma)$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f(\sigma) = \left\{ 3 \left[ 2 \left( \frac{2(1+\sigma)}{3(1-2\sigma)} \right)^{1/2} + \left( \frac{1(1+\sigma)}{3(1-\sigma)} \right)^{1/2} \right]^{-1} \right\}^{1/3} \quad (5)$$

که در آن،  $\sigma$  نسبت پواسون است که برابر ۰/۲۵ برای جامدات کوشی<sup>۱</sup> است.

<sup>۱</sup> Cauchy solids



با کمینه کردن انرژی گیس غیرتعادلی، ویژگی های ترموفیزیکی مطلوب شامل ضریب انساط گرمایی حجمی ( $a_v$ )، آنتروپی ارتعاشی ( $S_{vib}$ )، گرمای درهم حجم ثابت ( $C_v$ )، مدول های حجمی آدیاباتیک و هم دما به صورت زیر محاسبه می شوند [۲۱، ۲۲]:

$$\alpha = \frac{\gamma C_{v,vib}}{B_r V} \quad (6)$$

$$S_{vib} = nk[\gamma D(\Theta/T) - \gamma \ln(1 - e^{-\Theta/T})]. \quad (7)$$

$$C_{v,vib} = \gamma nk \left[ \gamma D(\Theta/T) - \frac{\gamma \Theta/T}{e^{\Theta/T} - 1} \right] \quad (8)$$

$$B_{sta} \cong V \left( \frac{d^2 E(V)}{dV^2} \right) \quad (9)$$

$$B_T(P,T) = -V \left( \frac{\partial P}{\partial V} \right) = V \left( \frac{\partial^* G^*(V;P,T)}{\partial V^*} \right)_{P,T} \quad (10)$$

که در آن،  $\gamma$  پارامتر گرونایزون گرمایی است که به صورت زیر به دست می آید:

$$\gamma = -\frac{d \ln \Theta(V)}{d \ln V} \quad (11)$$

## ۴. نتایج و بحث

### ۱.۴ معادله حالت و ویژگی ساختاری

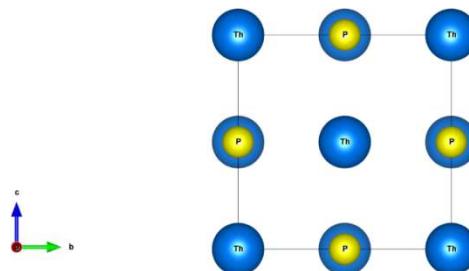
فسفید توریم دارای تقارن  $Fm\bar{3}m$  و گروه فضایی  $225$ ، با دو اتم در سلول اولیه است. ساختار بلوری فسفید توریم از نوع مکعبی مرکز وجوه پر<sup>۱</sup> است که آرایش یونی مربوط به ساختار فلورایت است. اتم های توریم و فسفر به ترتیب در جایگاه های اتمی  $(0,0,0)$  و  $(0/5,0/5,0/5)$  قرار دارند. یون های توریم مکان های مرکز وجوه پر و یون های فسفر مکان های چهار گوش<sup>۲</sup> را اشغال می کنند. سلول واحد قرار دادی  $ThP$  با فاز مکعبی و ساختار نمک طعام در شکل ۱ نشان داده است. پس از بدست آوردن اطلاعات انرژی- حجم، می توان با برازش معادله حالت درجه سوم بrijg- مورناگون بر اطلاعات انرژی- حجم ویژگی های ساختاری شامل ثابت شبکه ( $a_0$ )، مدول حجمی ( $B$ ) و مشتق مرتبه اول مدول حجمی ( $B'_0 = \frac{dB_0}{dP}$ ) را در دمای صفر مطلق محاسبه کرد. شکل ۲،

<sup>۱</sup> Face Centered Cubic

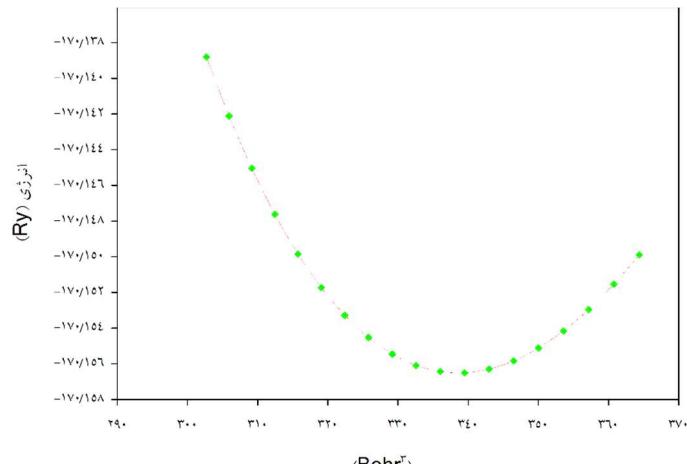
<sup>۲</sup> Tetrahedral



نمودار انرژی کل بلور را بر حسب تغییرات حجم نشان می‌دهد که کمینه این نمودار معروف حجم تعادلی ( $V_0$ ) است. ویژگی‌های ساختاری بدست آمده در جدول ۱ فهرست و با سایر کارهای نظری [۵] و تجربی [۸-۱۰] مقایسه شده است. مشاهده می‌شود که اختلاف بین پارامتر شبکه تعادلی محاسبه شده با مقدار تجربی کمتر از ۰٪ است. از طرف دیگر، مدول حجمی و مشتق مرتبه اول مدول حجمی محاسبه شده در توافق خوبی با مقادیر تجربی است که دقت و اعتبار محاسبات را نشان می‌دهد.



شکل ۱ سلول واحد قراردادی برای فسفید توریم.



شکل ۲ انرژی کل بلور بر حسب تغییرات حجم.



**جدول ۱** ویژگی‌های ساختاری محاسبه شده برای ترکیب فسفید توریم و مقایسه با سایر داده‌های نظری و تجربی.

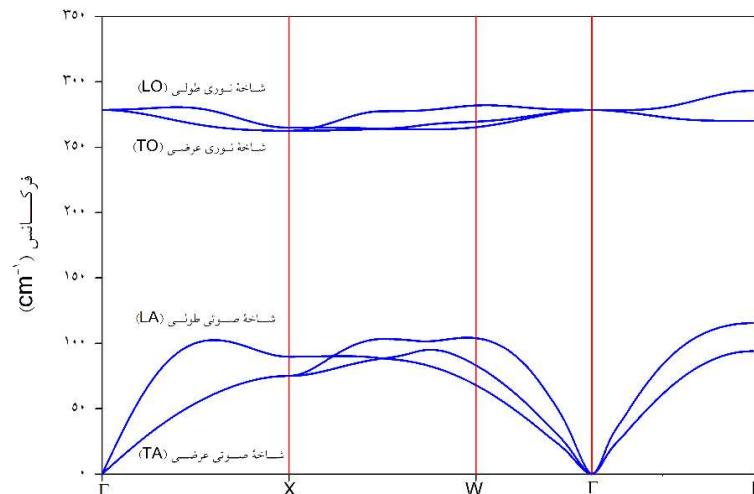
$a_0$ (Å)	$B_0$ (GPa)	$B'_0$	منبع
۵,۸۵	۱۱۲,۶	۴,۲۸	کار حاضر
۵,۸۶	۱۱۶,۴	۳,۸۸	کار نظری [۵]
[۸] ۵,۸۲	[۹] ۱۲۵	[۱۰] ۵,۰۰	کار تجربی

**۲.۴ ویژگی‌های ارتعاشی**

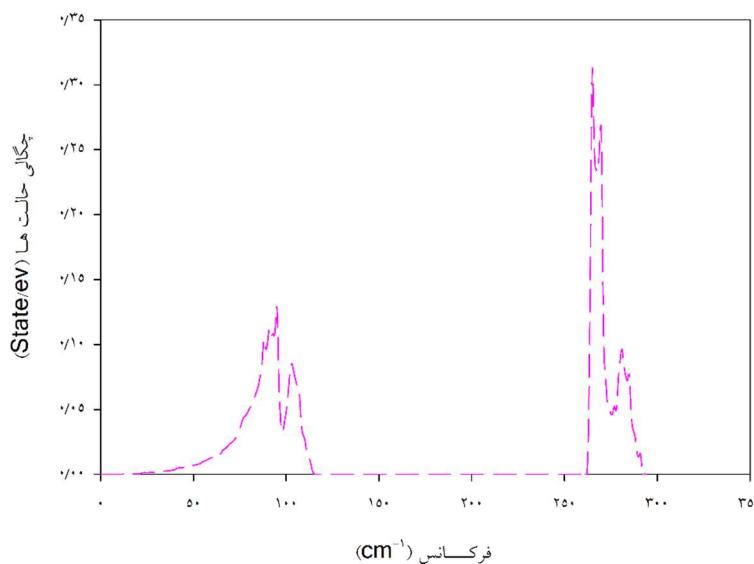
به منظور مطالعه‌ی دینامیک شبکه، ابتدا ساختار نواری فونونی در امتداد مسیرهای پر تقارن  $\Gamma \rightarrow X \rightarrow W \rightarrow \Gamma \rightarrow L$  در منطقه‌ی اول بریلوئن محاسبه می‌شود. طیف فونونی فسفید توریم در فاز سنگ نمکی تحت شرایط تعادل در شکل ۳، نشان داده شده است. در سلول واحد اولیه‌ی این ماده دو اتم وجود دارد، از این رو، شش شاخه‌ی فونونی در نمودار پاشندگی فونونی دیده می‌شود. سه شاخه صوتی شامل یک شاخه صوتی طولی (LA) و دو شاخه صوتی عرضی (TA)، در ناحیه بسامدهای پایین وجود دارند. مدهای صوتی طولی نسبت به مدهای صوتی عرضی بسامد بالاتری دارند. روشن است که یک تبهگنی دوگانه برای مدهای صوتی عرضی (TA) در مسیر  $X \rightarrow \Gamma$  وجود دارد. از طرف دیگر، سه شاخه نوری شامل یک مدنوری طولی (LO) و دو مدنوری عرضی (TO)، در ناحیه بسامدهای بالا دیده می‌شوند. همان‌طور که در شکل ۳ نشان داده شده است، مدهای (TO) بسامد پایین‌تری را نسبت به مدهای (LO) دارند. همچنین، مدهای TO در مسیر  $X \rightarrow \Gamma$  تبهگن هستند و تبهگنی در مسیر  $L \rightarrow \Gamma$  ناپدید شده است. تمام بسامدهای محاسبه شده در سراسر منطقه اول بریلوئن مثبت هستند و هیچ بسامد موهومی مشاهده نشده است، از این رو، بلور در تعادل دینامیکی قرار دارد. چگالی حالت‌های فونونی در شکل ۴ نمایش داده شده است. به دلیل جرم بیشتر اتم توریم نسبت به اتم فسفر، چگالی حالت‌های فونونی به دو ناحیه تقسیم می‌شود. در بازه صفر تا  $115\text{cm}^{-1}$  ارتعاشات صوتی کمایش ناشی از اتم توریم هستند و در فاصله  $262\text{ cm}^{-1}$  تا  $292\text{ cm}^{-1}$  ارتعاشات نوری مربوط به اتم فسفر، غالب هستند. بسامد نوری محاسبه شده در حدود  $794\text{ THz}$  است که با مقدار تجربی بدست آمده توسط پراکندگی غیرکشسان نوترون ( $8/2\text{ THz}$ ) هماهنگی خوبی دارد [۱۳].

یکی از کمیت‌های مهم فیزیکی، محاسبه شکاف فونونی برای مواد است که بیانگر نبود ترازهای انرژی مجاز فونونی می‌باشد. شکاف فونونی محاسبه شده برای این ترکیب در محدوده‌ی بسامد  $115$

تا  $262 \text{ cm}^{-1}$  قرار دارد. در این بازه، امواج الکترومغناطیسی به شدت تضعیف می‌شوند و نمی‌توانند از محیط عبور کنند، از این رو، به صورت کامل بازتاب می‌شوند.



شکل ۳ ساختار نواری فونونی در شرایط تعادل.



شکل ۴ چگالی حالت‌های کل برای فسفید توریم.

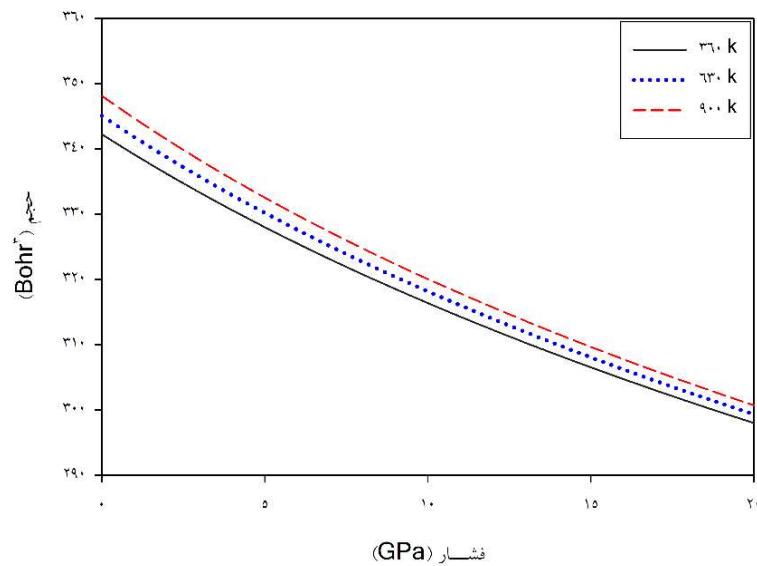


### ۳.۴. ویژگی های ترمودینامیکی

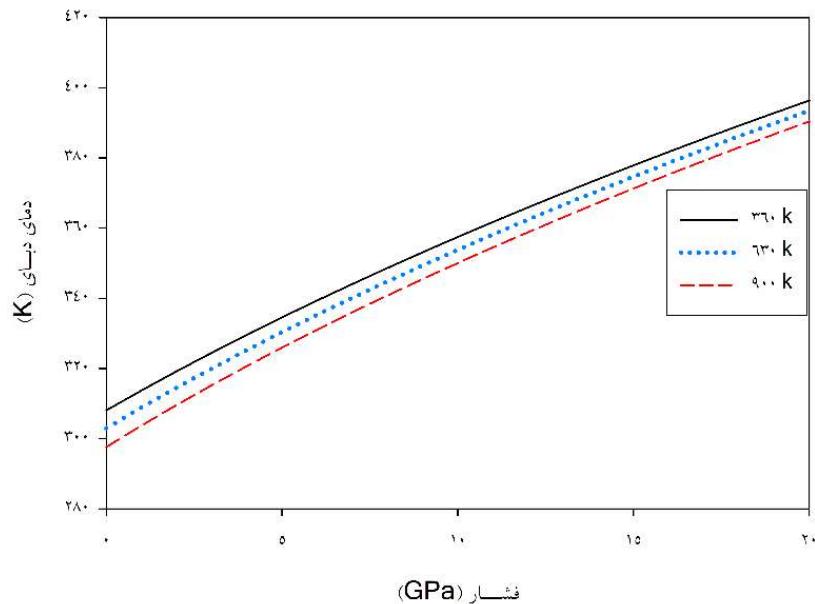
ویژگی های ترمودینامیکی بر حسب فشار در سه بازه دمایی مختلف برای ترکیب فسفید توریم محاسبه شده است. تغییرات حجم بر حسب دما و فشار در شکل ۵ نشان داده شده است. با افزایش دما، حجم در تمام فشارهای مورد نظر به آرامی افزایش یافته، که نشان می دهد افزایش دما موجب افزایش فاصله بین اتمی شده است. از طرف دیگر، مشاهده می شود که حجم با افزایش فشار در هر دما به سرعت کاهش یافته که نشان دهنده کاهش طول پیوند بین اتمی با افزایش فشار است. از این روز، اثر فشار روی تغییرات حجم نسبت به اثر دما بیشتر است. دمای دبای نقش بنیادین در تعیین ویژگی های ترمودینامیکی دارد. با افزایش دمای بلور از صفر مطلق، اتم ها به آرامی در داخل شبکه شروع به ارتعاش می کنند. در حقیقت، در دمای دبای، ارتعاشات اتم ها به مقدار بیشینه خود می رستند. دمای دبای بر حسب تغییرات دما در سه بازه فشار مختلف با استفاده از الگوی شب - هماهنگ دبای محاسبه و در شکل ۶ نشان داده شده است.  $\Theta_D$  با افزایش دما در یک فشار ثابت، کاهش یافته است. دمای دبای متناسب با سرعت صوت در داخل بلور است. افزایش دما سبب افزایش حجم و دور شدن اتم ها از یکدیگر شده، از این رو، سرعت صوت متوسط کاهش می یابد. از طرف دیگر، دمای دبای با افزایش فشار در یک دمای ثابت افزایش یافته است. افزایش فشار سبب نزدیک شدن اتم ها در سلول واحد اولیه شده و سرعت صوت متوسط افزایش می یابد. دمای دبای معیاری از قدرت پیوندهای یونی است. با افزایش فشار، دمای دبای بزرگتر شده است که بیان کننده قوی تر شدن پیوند یونی میان اتم توریم و فسفر است.

انرژی آزاد هلمهولتز ارتعاشی ( $F^{*Vib}$ ) یکی از کمیت های مهم ترمودینامیکی برای بررسی پایداری سامانه های بلوری است. انرژی آزاد هلمهولتز ارتعاشی تحت الگوی شب هماهنگ دبای بر حسب تغییرات دما و فشار در شکل ۷ نشان داده شده است. مشاهده می شود که  $F^{*Vib}$  در یک فشار ثابت با افزایش دما به شدت کاهش یافته، در حالی که در یک دمای ثابت با افزایش فشار، افزایش می یابد. کاهش انرژی آزاد هلمهولتز ارتعاشی ( $F^{*Vib} = U_{Vib} - TS$ ) ناشی از بزرگتر شدن سهم  $-TS$  - با افزایش دما است. هرچه سهم ارتعاشی انرژی آزاد هلمهولتز به سمت مقادیر منفی میل کند، ساختار بلوری پایداری بیشتری دارد. افزایش فشار سبب افزایش دمای دبای و کاهش سهم  $-TS$  - می شود، از این رو،  $F^{*Vib}$  افزایش می یابد. حساسیت  $F^{*Vib}$  به فشار در دماهای بالاتر بیشتر است چرا که الگوی شب هماهنگ دبای اتم ها را به صورت نوسانگر هایی که حول نقطه ای تعادل نوسان می کنند در نظر می گیرد. دامنه نوسان در دماهای پایین کوچک است و افزایش فشار تأثیر چندانی روی انرژی آزاد هلمهولتز ارتعاشی ندارد. در حالی که در دماهای بالا دامنه نوسان بیشتر شده و افزایش

فشار آثار بر جسته‌ای را روی  $F^*_{Vib}$  می‌گذارد، چرا که در دماهای بالا آثار هماهنگ به آثار ناهمانگ تبدیل می‌شوند.

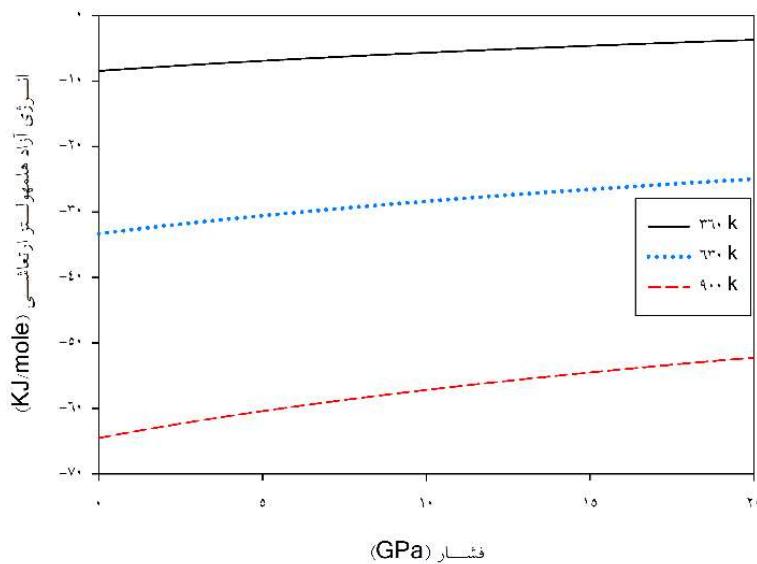


شکل ۵ وابستگی دمایی حجم در فشار و دماهای مختلف.



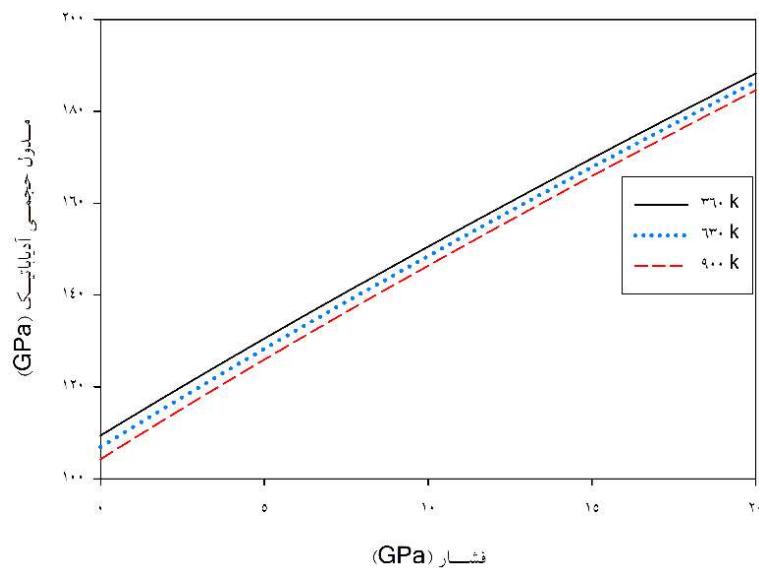
شکل ۶ دمای دبای محاسبه شده برای ترکیب فسفید توریم.



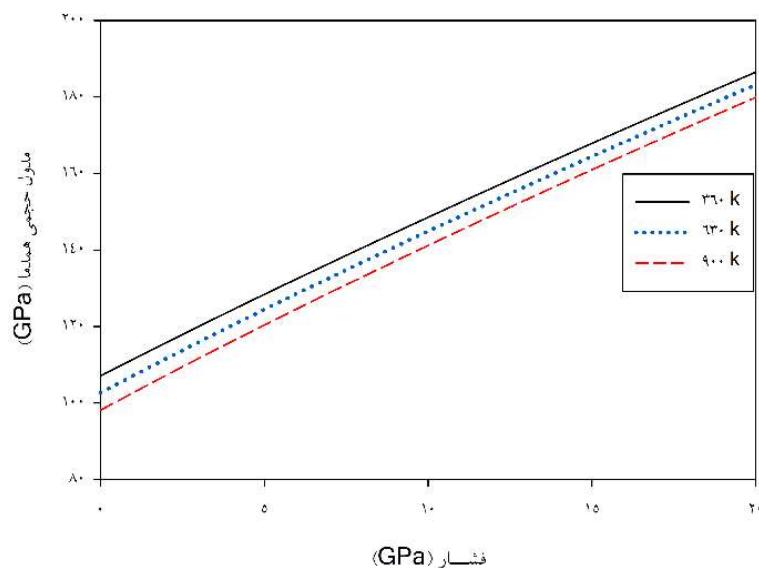


شکل ۷ سهم ارتعاشی انرژی آزاد هلمهولتز به صورت تابعی از فشار در بازه های دمایی مختلف.

مدول حجمی آدیاباتیک ( $B_S$ ) بحسب تغیرات دما و فشار در شکل ۸ نشان داده شده است. مشاهده می شود که  $B_S$  با افزایش فشار در تمام دماهای مورد نظر، به صورت یکنواخت و به سرعت افزایش یافته است. همچنین، مدول حجمی آدیاباتیک با افزایش دما در یک فشار ثابت، کاهش یافته است. از این رو، می توان نتیجه گرفت که مدول حجمی آدیاباتیک با افزایش فشار یا کاهش دما، افزایش یافته و سختی ماده بیشتر می گردد. شکل ۹، مدول حجمی همدما ( $B_T$ ) بحسب تغیرات فشار در دماهای مختلف را نشان می دهد. مدول حجمی همدما با افزایش دما در یک فشار ثابت کاهش یافته است. افزایش دما سبب دور شدن اتم ها از یکدیگر شده و حجم سلول واحد اولیه افزایش یافته و سختی ماده کاهش می یابد. از دیدگاهی دیگر، مدول حجمی همدما با افزایش فشار در همه دماهای مورد نظر، افزایش یافته است. افزایش فشار سبب کاهش حجم سلول واحد شده و سختی ماده در برابر فشرده سازی افزایش می یابد.



شکل ۸ مدول حجمی آدیباٽیک بر حسب تغییرات فشار در جند بازه دماهی متفاوت.

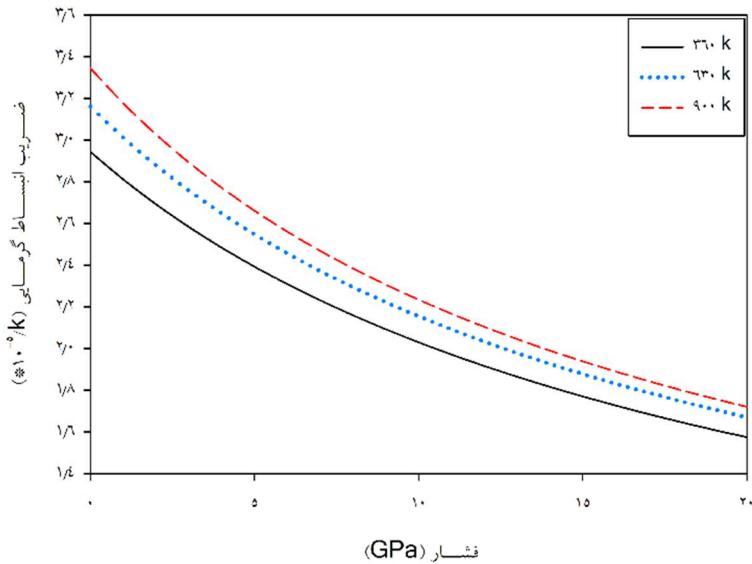


شکل ۹ مدول حجمی همدما بر حسب تابعی از دما و فشار.

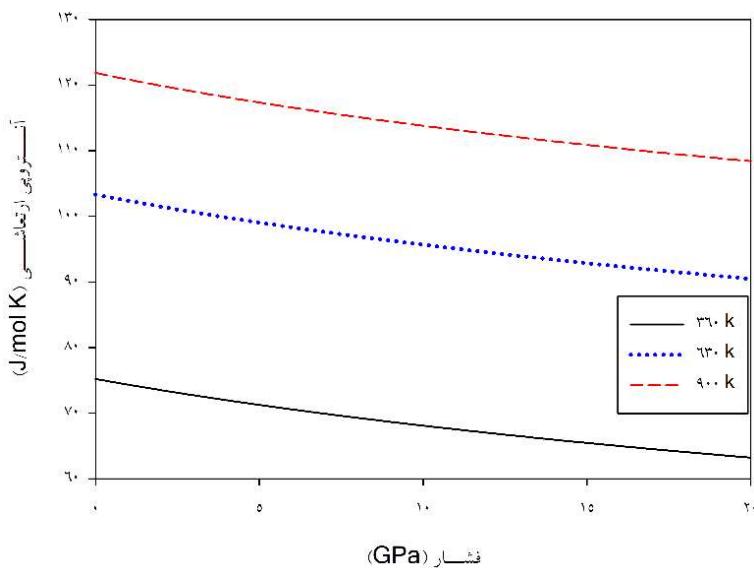
ضریب انبساط گرمایی حجمی ( $a_v$ ) به دلیل داشتن کاربردهای صنعتی و فناورانه، از مهم‌ترین کمیت‌های ترمودینامیکی محاسبه شود.  $a_v$  تغییر اندازه و شکل یک جسم را با تغییرات دماهی نشان می‌دهد. انبساط گرمایی حجمی فسید توریم در فاز سنگ نمکی به عنوان تابعی از دما در



فشارهای مختلف در شکل ۱۰ نشان داده شده است. بدیهی است که  $a_v$  در یک دمای ثابت، با افزایش فشار به صورت نمایی کاهش می‌یابد. کاهش  $a_v$ ، بیانگر افزایش انرژی پیوندی است. همچنین،  $a_v$  با افزایش دما در یک فشار ثابت افزایش یافته که بیانگر افزایش انتقال حرارت در شبکه بلوری است. آثار دما روی  $a_v$  در فشارهای پایین نسبت به فشارهای بالا بیشتر است. از طرف دیگر، آثار فشار روی  $a_v$  در دماهای پایین، کوچک و با افزایش دما، افزایش یافته است. اثر اعمال فشار روی آنتروپی ارتعاشی ( $S_{vib}$ ) بحسب تغیرات دما در شکل ۱۱ به تصویر کشیده شده است. آنتروپی یک معیار برای اندازه‌گیری میزان آشفتگی مواد است.  $S_{vib}$  با افزایش دما در یک فشار ثابت به شدت افزایش یافته است. افزایش آنتروپی سبب افزایش ارتعاش در صفحات بلوری شده است.  $S_{vib}$  با افزایش فشار در تمام دماهای مورد نظر به آرامی کاهش یافته است. کاهش  $S_{vib}$  بیانگر کاهش بینظمی و پهن شدگی انرژی است. می‌توان مشاهده کرد که فشار آثار ضعیف‌تری نسبت به دما روی آنتروپی ارتعاشی دارد.



شکل ۱۰ وابستگی فشاری ضریب انبساط حجمی بر حسب دما.



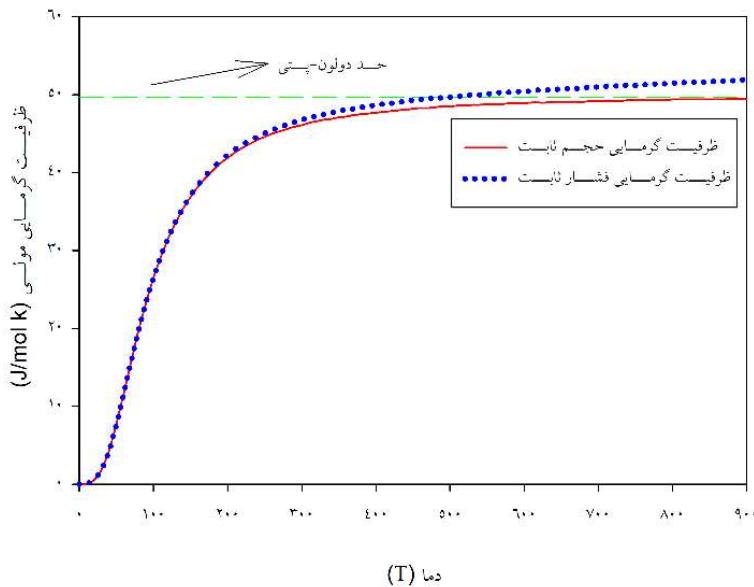
شکل ۱۱ تغییرات آنتروپی ارتعاشی بر حسب فشار در دماهای متفاوت.

شکل ۱۲، ظرفیت‌های گرمای ویژه ( $C_V$ ,  $C_P$ ) بر حسب تغییرات دما را نشان می‌دهد. روشن است که در دماهای پایین‌تر از  $K_{300}$  با افزایش دما به صورت نمایی افزایش پیدا کرده و در دماهای بالاتر از  $K_{300}$  به یک مقدار ثابت که حد کلاسیکی دولون-پتی است، میل کرده است.  $C_V$  در دمای  $K_{900}$  برابر با  $49 \text{ J/molK}$  است. در دماهای پایین  $C_V$  به صورت تابعی از  $T^3$  رفتار می‌کند که قانون دبای است. مشاهده می‌شود که در بازه دمایی صفر تا  $K_{300}$  روند افزایش  $C_P$  و  $C_V$  مشابه هم است، در حالی که، در دماهای بالای  $K_{300}$  انحراف بین  $C_P$  و  $C_V$  قابل مشاهده است.  $C_P$  در دمای اتاق و  $K_{900}$  به ترتیب دارای مقادیر  $48 \text{ J/molK}$  و  $51 \text{ J/molK}$  می‌باشد.

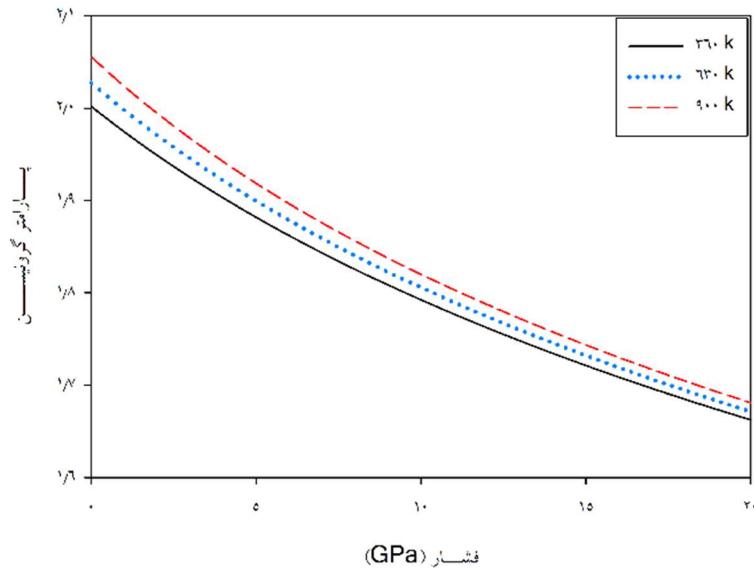
پارامتر گرونایزون ( $\gamma$ ) یکی از ویژگی‌های ناهمانگ شبکه بلوری است. این کمیت جایی مدھای ارتعاشی ناشی از تغییرات حجم را بیان می‌کند. شکل ۱۳، وابستگی پارامتر گرونایزون به فشار در دماهای مختلف را نشان می‌دهد. برای محاسبه‌ی پارامتر گرونایزون، حجم سلول اولیه در حدود ۱٪ کاهش و افزایش داده است.  $\gamma$  با افزایش دما در یک فشار ثابت، افزایش یافته، در حالی که  $\gamma$  با افزایش فشار برای تمام دماها کاهش می‌باید که نشان می‌دهد نیروی بازگردانده روی اتمی که از جایگاه تعادلی خود جابجا شده است، به صورت غیرخطی رفتار می‌کند. کاهش پارامتر گرونایزون بر اثر اعمال فشار، تغییرات بسامدھای فونونی را با تغییرات حجم سلول واحد نشان می‌دهد. همچنین، افزایش پارامتر گرونایزون در اثر افزایش دما، می‌تواند نتیجه تغییر دینامیک شبکه



باشد. پارامتر گرونايزون یک عدد مثبت و کوچک است که نشان دهنده قوی بودن پیوند یونی بین فسفر و توریم می باشد.



شکل ۱۲ وابستگی گرمایی ویژه مولی به دما.



شکل ۱۳ پارامتر گرونايزون محاسبه شده برای فسفید توریم بر حسب تغیرات فشار در بازه های دمایی مختلف.

## ۵. نتیجه‌گیری

در این پژوهش، ویژگی‌های ارتعاشی، ترموفیزیکی و ساختاری ترکیب ThP با استفاده از نظریه‌ی تابعی چگالی و شبه‌پتانسیل‌های موج بهبود یافته‌ی تصویر شده در چارچوب محاسبات اصول اولیه مورد بررسی قرار گرفت. ویژگی‌های ساختاری شامل ثابت شبکه، مدول حجمی و مشتق مرتبه اول مدول حجمی محاسبه و با داده‌های تجربی موجود مقایسه شدند که همخوانی رضایت‌بخشی مشاهد شد. طیف فونونی و چگالی حالات ارتعاشی در امتداد مسیرهای پر تقارن در منطقه‌ی اول بریلوئن با استفاده از نظریه‌ی اختلالی تابعی چگالی محاسبه شدند. در نمودار پاشندگی فونونی، هیچ بسامد موهومی یافت نشد که نشان دهنده پایداری دینامیکی ساختار بلوری است. در فاصله  $115 \text{ cm}^{-1}$  تا ۲۶۲ برای این ترکیب یک شکاف فونونی مشاهد شد. ویژگی‌های ترمودینامیکی شامل ظرفیت گرمایی مولی ارتعاشی، دمای دبای، ضریب انبساط گرمایی، آنتروپی ارتعاشی و مدول حجمی هم‌دما با کمک مدل شبهماهنگ دبای در دما و فشار بالا ارزیابی شدند. دریافتیم که حجم سامانه در یک دمای ثابت با افزایش فشار کاهش می‌یابد، در حالی که، برای تمام فشارها هنگامی که دما افزایش بیدا می‌کرد، افزایش می‌یابد.

## ۶. تقدیر و تشکر

نویسنده‌گان مقاله از "معاونت پژوهشی دانشگاه صنعتی شریف" برای حمایت از این کار تحقیقاتی قادردانی می‌نمایند.

## منابع

- [1] Siddique M., Iqbal A., Rahman A.U., Azam S., Zada Z. and Talat N., Mechanical and thermodynamic stability, structural, electronics and magnetic properties of new ternary thorium-phosphide silicides ThSixP<sub>1-x</sub>: First-principles investigation and prospects for clean nuclear energy applications, *Nuclear Engineering and Technology*, 53, 592-602, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.net.2020.07.019>
- [2] Wang H., Lan J.-Q., Hu C.-E., Chen X.-R. and Geng H.-Y., Electronic structure, elastic and thermal transport properties of thorium monocarbide based on first-principles study, *Journal of Nuclear Materials*, 524, 141-148, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.jnucmat.2019.06.032>
- [3] Siddique M., Rahman A.U., Iqbal A., Haq B.U., Azam S., Nadeem A. and Qayyum A., A Systematic First-Principles Investigation of Structural, Electronic, Magnetic, and Thermoelectric Properties of Thorium Monopnictides Th P<sub>n</sub> (P<sub>n</sub>= N, P, As): A Comparative Analysis of Theoretical Predictions of LDA, PBEsol, PBE-GGA, WC-GGA,



- and LDA+ U Methods, *International Journal of Thermophysics*, 40, 1-21, 2019. <https://doi.org/10.1007/s10765-019-2572-7>
- [4] Malakkal L., Prasad A., Jossou E., Ranasinghe J., Szpunar B., Bichler L. and Szpunar J., Thermal conductivity of bulk and porous ThO<sub>2</sub>: Atomistic and experimental study, *Journal of Alloys and Compounds*, 798, 507-516, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2019.05.274>
- [5] Aid A., Khenata R., Bouhemadou A., Seddik T. and Reshak A.H., High pressure structural (B1-B2) phase transition and elastic properties of thorium chalcogenides and pnictides, *Adv. Condens. Matter Phys.*, 2009. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2007.05.009>
- [6] Kanchana V., Vaiteeswaran G., Svane A., Heathman S., Gerward L. and Staun Olsen J., High-pressure study of binary thorium compounds from first principles theory and comparisons with experiment, *Acta Crystallographica Section B: Structural Science, Crystal Engineering and Materials*, 70, 459-468, 2014. <https://doi.org/10.1107/S2052520614010063>
- [7] Kapoor S., Yaduvanshi N. and Singh S., Study of phase transformation and elastic properties of ThX (X= N, P, As and Sb) under high-pressure, *Molecular Physics*, 114, 3589-3597, 2016. <https://doi.org/10.1080/00268976.2016.1250964>
- [8] Han C., Sun Q., Li Z. and Dou S.X., Thermoelectric enhancement of different kinds of metal chalcogenides, *Advanced Energy Materials*, 6, 1600498 (2016). <https://doi.org/10.1002/aenm.201600498>
- [9] Gerward L., Staun Olsen J., Benedict U., Itié J.-P. and Spirlet J., The crystal structure and the equation of state of thorium nitride for pressures up to 47 GPa, *Journal of applied crystallography*, 18, 339-341, 1985. <https://doi.org/10.1107/S0021889885010421>
- [10] Jamieson J.C., Lawson A. and Nachtrieb N., New Device for Obtaining X-Ray Diffraction Patterns from Substances Exposed to High Pressure, Review of Scientific instruments, 30, 1016-1019 (1959). <https://doi.org/10.1063/1.1716408>
- [11] Kholiya K. and Gupta B., Structural phase transition and elastic properties of thorium pnictides at high pressure, *Pramana*, 68, 649-654, 2007. <https://doi.org/10.1007/s12043-007-0066-9>
- [12] Shein I. and Ivanovskii A., Thorium compounds with non-metals: Electronic structure, chemical bond, and physicochemical properties, *Journal of Structural Chemistry*, 49, 348-370, 2008. <https://doi.org/10.1007/s10947-008-0134-->
- [13] Wedgwood F., Actinide chalcogenides and pnictides. III. Optical-phonon frequency determination in UX and ThX compounds by neutron scattering, *Journal of Physics C: Solid State Physics*, 7, 3203, 1974. <https://doi.org/10.1088/0022-3719/7/18/006>
- [14] Huang W. and Chen H., Investigation of the elastic, hardness, and thermodynamic properties of actinide oxides, *Physica B: Condensed Matter*, 449, 133-137, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.physb.2014.05.024>
- [15] Perdew J.P., Burke K. and Ernzerhof M., Generalized gradient approximation made simple, *Physical review letters*, 77, 3865, 1996. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.77.3865>
- [16] Giannozzi P., Baroni S., Bonini N., Calandra M., Car R., Cavazzoni C., Ceresoli D., Chiarotti G.L., Cococcioni M. and Dabo I., QUANTUM ESPRESSO: a modular and open-source software project for quantum simulations of materials, *Journal of physics: Condensed matter*, 21, 395502, 2009. <https://doi.org/10.1088/0953-8984/21/39/395502>
- [17] Pack J.D. and Monkhorst H.J., "Special points for Brillouin-zone integrations"—a reply, *Physical Review B*, 16, 1748 (1977). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.16.1748>
- [18] Kulik H.J., Cococcioni M., Scherlis D.A. and Marzari N., Density functional theory in transition-metal chemistry: A self-consistent Hubbard U approach, *Physical Review Letters*, 97, 103001, 2006. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.103001>



- [19] Otero-de-la-Roza A., Abbasi-Pérez D. and Luaña V., Gibbs2: A new version of the quasiharmonic model code. II. Models for solid-state thermodynamics, features and implementation, *Computer Physics Communications*, 182, 2232-2248, 2011. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2011.05.009>
- [20] Sahafi M. and Mahdavi M., First principles study on phonon dispersion, mechanical and thermodynamic properties of ThP, *Materials Today Communications*, 26, 101951, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.mtcomm.2020.101951>
- [21] Sahafi M. and Mahdavi M., Ab initio investigations on lattice dynamics and thermal characteristics of ThO<sub>2</sub> using Debye-Einstein model, *Bulletin of Materials Science*, 4, 9-4, 1, 2021. <https://doi.org/10.1007/s12034-021-02370-0>
- [22] Bhat T.M., Nabi M. and Gupta D.C., Structural, elastic, thermodynamic and thermoelectric properties of Fe<sub>2</sub>TiSn Heusler alloy: high pressure study, *Results in Physics*, 12, 15-20, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2018.11.041>



This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-Noncommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0 license) (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).

