

Research Paper

# Investigation of Topological Phase Transition of $Nb_xTa_{1-x}Sb$ ( $x = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1$ ) Alloys from Dirac Semimetal to Weyl Semimetal using First-principles Approaches<sup>1</sup>

Samira Sadat Nourizadeh<sup>2</sup> and Aminollah Vaez<sup>\*3</sup>

Received: 2022.11.02

Revised: 2023.03.17

Accepted: 2022.05.05

## Abstract

Weyl semimetals show special quantum states of matter, which have nontrivial topological features and very interesting and unique applications in the spintronics industry. One method of making these materials is the use of alloying method. In this paper, the  $Nb_xTa_{1-x}Sb$  ( $x = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1$ ) alloys are constructed using the first-principles methods. After study of their stability, their structural, electronic, and topological properties have been studied. To study the structural and electronic properties of the alloys, the Wien2k package, based on density functional theory, has been used. Furthermore, the topological properties of the alloys have been calculated using the Wanniertools packages, based on the tight-binding method. Calculations show that the  $Nb_xTa_{1-x}Sb$  ( $x = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1$ ) alloys, in the absence of spin-orbit coupling, have crossing points with fourfold degeneracy and band inversion. Therefore, they are topological Dirac semimetal. Considering the spin-orbit coupling, it is seen that alloys with concentrations of  $x = 0, 0.25, 0.5, 0.75$  change to the normal semimetal by opening the band gap; but, the alloy with  $x = 1$  concentration changes to the topological Weyl semimetal with 16 Weyl fermions couple. The full area of the first Brillouin zone (FBZ) was scanned to find the positions of the Weyl points. The results show that the Weyl points, with chirality of either +1 or -1, were scattered in the FBZ with the central symmetry, but all of them are far from the high-symmetry paths of FBZ. Furthermore, the surface state properties, like Fermi arcs, were calculated and studied for the  $NbSb$  Weyl semimetal using the Wanniertools computational packages.

**Keywords:** *Topological Materials, Dirac Semimetal, Weyl Semimetal, Density Functional Theory, Tight-binding Method.*

<sup>1</sup> DOI: 10.22051/ijap.2023.42095.1305

<sup>2</sup>PhD Student, Faculty of Physics, University of Isfahan, Isfahan, Iran. Email: samirasadatnourizadeh@yahoo.com

<sup>3</sup> Assistant Professor, Faculty of Physics, University of Isfahan, Isfahan, Iran. (Corresponding Author). Email: vaez@phys.ui.ac.ir

<https://jap.alzahra.ac.ir>



## بررسی گذارفاز توپولوژی آلیاژهای

$Nb_xTa_{1-x}Sb$  ( $x = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1$ )

از نیمفلز دیراک به نیمفلز وایل با استفاده از روش ابتدا به ساکن<sup>۱</sup>

سمیرا سادات نوریزاده<sup>۲</sup> و امین الله واعظ<sup>۳\*</sup>

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۸/۱۱

فصلنامه علمی فیزیک کاربردی ایران

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۱۲/۲۶

دانشکده فیزیک، دانشگاه الزهرا

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۲/۱۵

سال سیزدهم، پیاپی ۳۵، زمستان ۱۴۰۲

صفحه ۱۲۹ - ۱۴۳

### چکیده:

نیمفلزهای وایل حالت‌های کوانتومی ویژه و بسیار جالبی از ماده را نشان می‌دهند که دارای ویژگی‌های توپولوژی غیربدپنه بوده و کاربردهای یکتاپی در صنعت اسپیترونیک دارند. یکی از روش‌های ساختن این مواد استفاده از روش آلیاژسازی است. در این مقاله آلیاژهای  $Nb_xTa_{1-x}Sb$  ( $x = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1$ ) با استفاده از روش‌های ابتدا به ساکن ساخته شده‌اند و بعد از بررسی پایداری آن‌ها، ویژگی‌های ساختاری، الکترونی و توپولوژی آن‌ها مورد مطالعه قرار گرفته است. برای بررسی ویژگی‌های ساختاری و الکترونی آلیاژها از برنامه محاسباتی وین، که براساس نظریه تابعی چگالی است، بهره گرفته شده است. همچنین، ویژگی‌های توپولوژی این آلیاژها با استفاده از برنامه محاسباتی وانیرنورز، که بر اساس روش تنگ-بست است، محاسبه شده‌اند. محاسبه‌ها نشان دادند که آلیاژهای  $Nb_xTa_{1-x}Sb$  ( $x = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1$ ) در نبود برهم‌کنش اسپین-مدار، دارای نقطه‌های برخوردي با تبعیگنی چهارگانه و وارونی نواری هستند و در نتیجه نیمفلز توپولوژی دیراک می‌باشند. با درنظر گرفتن برهم‌کنش اسپین-مدار، مشاهده شد که آلیاژهایی با غلطه‌های  $0.0/25, 0.0/5, 0.0/75$  با بازشدن شکاف انرژی تبدیل به نیمفلز معمولی می‌شوند؛ ولی آلیاژ با غلطت  $1 = x$  به نیمفلز توپولوژی وایل با  $16$  جفت فرمیون وایل تبدیل می‌شود. برای یافتن مکان نقطه‌های وایل کل منطقه اول بریلوئن جستجو شد. بررسی‌ها نشان داد که فرمیون‌های وایل با کاپیرالیتی  $+1$  یا  $-1$  با تقارن مرکزی در منطقه اول بریلوئن پراکنده‌اند، ولی همگنی دور از مسیرهای پرتقارن منطقه اول بریلوئن هستند. همچنین ویژگی حالت‌های سطحی، چون کمان‌های فرمی، برای نیمفلز وایل  $NbSb$  با استفاده از برنامه محاسباتی وانیرنورز محاسبه و بررسی شده است.

**وازگان کلیدی:** مواد توپولوژی، نیمفلز دیراک، نیمفلز وایل، نظریه تابعی چگالی، روش تنگ-بست.

<sup>۱</sup> DOI: 10.22051/ijap.2023.42095.1305

دانشجوی دکترا، دانشکده فیزیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان.

Email: samirasadatnourizadeh@yahoo.com

<sup>۲</sup> استادیار، دانشکده فیزیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان. (نویسنده مسئول).

Email: vaez@phys.ui.ac.ir



## ۱. مقدمه

مطالعه نیم‌فلزهای وایل، همانند گرافن و نارساناهای توپولوژی، عصری جدید را در علم مواد و فیزیک ماده چگال به روی دانشمندان گشوده است [۱]. در حقیقت، نیم‌فلزهای وایل نیم‌فلزهایی با فاز توپولوژی غیربدیهی می‌باشند. در این نوع از نیم‌فلزها، برانگیختگی‌های کم انرژی، فرمیون‌های وایل می‌باشند [۲]. این فرمیون‌ها نقش اساسی و مهمی در توسعه‌ی نظریه‌ی میدان کوانتمی و الگوی استاندارد داشته‌اند [۳]. فرمیون‌های وایل نخستین بار توسط هرمان وایل<sup>۱</sup> در سال ۱۹۲۹ از ساده‌سازی معادله‌های دیراک استخراج شدند، ولی شاهد تجربی برای وجود آن‌ها در سال ۲۰۱۵ در طبیعت مشاهده شد و در سال ۲۰۱۶ به این پژوهش‌ها جایزه نوبل فیزیک تعلق گرفت [۴، ۵]. ویژگی‌های توپولوژی در نیم‌فلزهای وایل سبب ایجاد ویژگی‌های متفاوتی از جمله مقاومت مغناطیسی منفی، نوسان‌های کوانتمی، نابهنجاری‌های کایرال، کمان‌های فرمی روی سطح و غیره می‌شود [۶]. این ویژگی نیم‌فلزهای وایل، منجر به ایجاد کاربردهای عملی گوناگونی از جمله کاربرد در رایانه‌های کوانتمی و در صنعت اسپیترونیک شده‌است [۷].

در بلورهایی که دارای تقارن وارونی زمانی یا تقارن وارونی مکانی هستند، فرمیون‌های وایل به صورت نقطه‌های ناشی از برخورد نوار رسانش و نوار ظرفیت در فضای اندازه حرکت ظاهر می‌شوند و به آن‌ها گره‌های وایل گفته می‌شود [۸]. یکی از ویژگی‌های یکتای فرمیون‌های وایل، کایرالیتی آن‌هاست. فرمیون‌های وایل همچون تک قطبی‌های مغناطیسی برای انحنای بری هستند و کایرالیتی آن‌ها همان علامت بارهای تک قطبی مغناطیسی است. کایرالیتی گره‌های وایل به دلیل تقارن‌های بلوری و توپولوژی ساختار نواری محافظت می‌شوند [۹]. حضور فرمیون‌های وایل درون انبوهه‌ی ساختار بلوری منجر به ظهور حالت‌های سطحی یکتا در سطح ساختار مورد نظر می‌شود [۴]. این حالت‌های سطحی به صورت کمان‌هایی هستند که از تصویر گره‌های وایل درون انبوهه روی سطح شروع و به تصویر گرهی وایل دیگری با کایرالیتی مخالف روی سطح، پایان می‌یابند. با اعمال شرایط متفاوت، جفت گره‌های وایل با کایرالیتی متفاوت می‌توانند از هم دور شوند و یا روی هم افتاده و تبدیل به گره دیراک شوند یا شکاف انرژی آن‌ها باز شده و تبدیل به نیم‌فلز عادی شوند.

نخستین پیشنهاد نظری برای بررسی نیم‌فلز وایل، پژوهش روی ترکیب پیروکلر  $Rn_2Ir_2O_7$  بود [۱۰]. نشان داده شد که این ساختار بلوری دارای ۲۴ جفت گره وایل درون انبوهه و حالت‌های سطحی یکتا روی سطح مورد بررسی است. ساختار بلوری بعدی که به صورت نظری مورد بررسی

<sup>۱</sup> Herman Weyl



قرار گرفت، بلور  $HgCr_2Se_4$  بود که دارای ساختار به نسبت ساده‌تر و فاز فرومغناطیس بود [۱۱]. این ساختار به دلیل تبهگی چهارگانه در تقاطع ساختار نواری، تنها دارای یک جفت فرمیون وايل دوتایی بود. در ادامه ساختارهای بسیاری به عنوان نیم‌فلز وايل با روش‌های محاسباتی و نظری مورد بررسی قرار گرفتند، ولی نخستین دسته ترکیب‌هایی که به صورت تجربی بررسی شدند، ترکیب‌های  $TaAs$ ،  $TaP$ ،  $NbAs$ ،  $NbP$  و  $Bi_{1-x}Sb_x$  بودند که با روش طیف‌سننجی نورگسیل وابسته به زاویه<sup>۱</sup> در آزمایشگاه مشاهده شدند و جایزه نوبل فیزیک هم به کسانی که این بررسی را انجام داده بودند اهدا شد. در این ترکیب‌ها ۱۲ جفت فرمیون وايل درون انبوه و کمان‌های فرمی حالت سطحی روی سطح ظاهر شدند [۱۳، ۱۲، ۴]. به دلیل ویژگی‌های متمایز نیم‌فلزهای وايل و کاربردهای گوناگون این ترکیب‌ها، پژوهشگران همواره به دنبال معرفی و بررسی آلیاژهایی هستند که بتوانند ویژگی‌های نیم‌فلز وايل را از خود بروز دهند. از جمله آلیاژهایی که دارای ویژگی نیم‌فلز وايل هستند و تاکنون مورد بررسی قرار گرفته‌اند می‌توان به آلیاژهایی از جمله  $MgTa_{2-x}Nb_xN_3$  [۱۴-۱۸]، به عنوان نمونه، در ترکیب  $Bi_{1-x}Sb_x$  بعد از محاسبه ویژگی‌های ساختاری و الکترونی، ویژگی‌های توپولوژی آلیاژ با برنامه وانیرتولز محاسبه شده و نشان داده شده است که آلیاژ برای دو مقدار  $x = 0.5$  و  $x = 0.87$  دارای فاز توپولوژی نیم‌فلز وايل است [۱۵].

با توجه به اهمیت بالای ترکیب‌هایی با ویژگی فاز توپولوژی نیم‌فلز وايل در دسته ترکیب‌های  $TaAs$ ،  $TaP$  و  $NbAs$ ،  $NbP$ ، هدف این پژوهش یافتن ترکیب‌هایی است که دارای فاز توپولوژی آلیاژهای غیربدیهی باشند. این این منظور شده و برای یافتن ویژگی‌های توپولوژی فاز نیم‌فلز وايل، مورد بررسی قرار گرفته‌اند. این آلیاژها می‌توانند نامزدهایی برای نیم‌فلز دیراک و نیم‌فلز وايل باشند. به منظور بررسی ویژگی‌های ساختاری، الکترونی و توپولوژی این آلیاژها از برنامه محاسباتی وین<sup>۲</sup> [۱۹] بر مبنای نظریه تابعی چگالی<sup>۳</sup> [۲۰]، برنامه محاسباتی وانیر<sup>۴</sup> [۲۱] بر مبنای تابع‌های وانیر<sup>۵</sup> [۲۲] و برنامه وانیرتولز<sup>۶</sup> [۲۳] بر مبنای روش تنگ-بست استفاده شده است. برنامه محاسباتی وانیر<sup>۹۰</sup> کد محاسباتی منبع باز بر پایه حالت‌های

<sup>۱</sup> Angle-Resolved Photo Emission Spectroscopy (ARPES)

<sup>۲</sup> Wien2k

<sup>۳</sup> Density functional theory

<sup>۴</sup> Wannier90

<sup>۵</sup> Wannier function

<sup>۶</sup> Wanniertools



بلغ برای محاسبه‌ی توابع بیشینه جایگزینه وانیر است. برنامه وانیر تولز نیز، کد محاسباتی منبع بازی است که براساس توابع به دست آمده از خروجی برنامه وانیر<sup>۹۰</sup> محاسبات مربوط به ویژگی‌های توپولوژی در حالت‌های حجمی و حالت‌های سطحی را انجام می‌دهد. در ادامه‌ی این مقاله در بخش ۲ روش انجام محاسبات ساختاری و الکترونی در بخش ۱-۳ و محاسبات توپولوژی ساختارها در بخش ۳-۲ بیان شده‌اند. در نهایت در بخش ۴ نتیجه‌گیری کلی از روند پژوهش انجام شده است.

## ۲. روش محاسبات

آلیازهای  $(1P_1)$  آلیازهای  $(Nb_xTa_{1-x}Sb \quad x = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1)$  در گروه فضایی<sup>۱</sup> هستند. برای بررسی ویژگی‌های ساختاری و الکترونی این آلیازها از برنامه محاسباتی وین بر پایه نظریه‌ی تابعی چگالی استفاده شده است. در این برنامه محاسباتی، از روش حل موج‌های تخت بهبودیافته‌ی خطی با پتانسیل کامل<sup>۱</sup> که یکی از دقیق‌ترین روش‌های مطالعه‌ی ساختار نواری جامد‌ها است، بهره گرفته شده است. برای بررسی ویژگی‌های ساختاری و الکترونی آلیازها در این کد محاسباتی از تقریب شیب تعمیم‌یافته، برای تابعی تبدیلی-هم‌بستگی استفاده شده است [۲۴]. در تقریب شیب تعمیم‌یافته افرون بر چگالی، از شیب چگالی در نقطه‌ی مورد نظر هم استفاده می‌شود. درنتیجه، این تقریب روشنی مناسب برای محاسبه‌ی ویژگی‌های فیزیکی بلورهاست. همچنین در کارهای انجام شده برای بررسی ویژگی‌های توپولوژی وايل در دسته ترکیب‌های  $NbAs$ ، که ساختاری مشابه با آلیازهای بررسی شده در این مقاله دارد، از تقریب شیب تعمیم‌یافته استفاده شده است و نشان داده شده که محاسبه‌های مبتنی بر این تقریب سازگاری خوبی با داده‌های تجربی دارد [۴]. در تمام محاسبه‌ها، میزان همگرایی برای انرژی برابر با  $(Ry)^{10^{-5}}$  درنظر گرفته شده است. نخستین متغیر مهم در انجام این محاسبه‌ها، پارامتر  $R_{MTK_{max}}$  است، که در آن،  $R_{MT}$  کوچک‌ترین شاع کره‌ی مافین-تین اتم‌های ترکیب و  $K_{max}$  بیشینه بردار موج برای بسط تابع موج الکترون در ناحیه بین‌جایگاهی است. مقدار بهینه پارامتر  $R_{MTK_{max}}$  برابر با  $10/5$  به دست آمد. کوچک‌ترین شاع کره‌ی مافین-تین برای اتم‌های  $Nb$ ،  $Ta$  و  $Sb$  به ترتیب برابر با  $2/35$ ،  $2/37$  و  $2/27$  آنگستروم به دست آمده‌اند. همچنین، مقدار بهینه بردار قطع بسط پتانسیل و چگالی بار در ناحیه بین‌جایگاهی، یعنی  $G_{max}$ ، مقدار  $(Ry^{1/2})^{13}$  به دست آمد. تعداد بهینه نقطه‌ها در فضای وارون،  $K_{point}$ ، هم

<sup>۱</sup> Full-Potential Linearized Augmented Planewave (FP-LAPW)



برابر با مقدار  $6 \times 6 \times 2$  به دست آمد. انرژی جداسازی حالت‌های مغزه از ظرفیت برابر با (Ry)-۶ انتخاب شده است. تمامی محاسبه‌ها برای بررسی ویژگی‌های الکترونی در بود و نبود برهم کنش اسپین-مدار انجام شده است.

با استفاده از خروجی‌های محاسبه‌های برنامه‌ی وین و استفاده از برنامه‌ی وین-تو-وانیر<sup>۱</sup> به عنوان پل ارتقاطی، ورودی برنامه وانیر<sup>۹۰</sup>، که برپایه‌ی تابع‌های وانیر بیشینه جایگزیده است، آماده شد. بدین منظور براساس داده‌های خروجی از برنامه محاسباتی وین، تابع‌های وانیر بیشینه جایگزیده مورد نیاز برای اوربیتال‌های  $Sb-4p$  و  $Nb-5d$  و  $Ta-5d$  با استفاده از برنامه وانیر<sup>۹۰</sup> و برنامه محاسباتی وانیر تولز محاسبه شدند. برنامه محاسباتی وانیر تولز، برپایه روش محاسباتی تنگ-بست، با محاسبه‌ی ساختار نواری، سطح فرمی، چگالی حالت‌ها و بررسی ویژگی‌های حالت‌های سطحی امکان مطالعه روی ترکیب‌های نارسانا و رسانا با ویژگی توپولوژی غیربدیهی را دارد. در این برنامه محاسباتی با محاسبه‌ی مرکزهای بار وانیر، شاخص توپولوژی<sup>۲</sup>  $Z$ ، یا عدد چرن، می‌توان نارساناهای توپولوژی را بررسی کرد. همچنین، با استفاده از الگوریتم جستجوی گرهای شکاف بسته و محاسبه‌ی شکاف انرژی می‌توان ویژگی‌های رساناهای توپولوژی از جمله مکان نقطه‌های وايل و دیراک و یا خط‌های گرهایی را بررسی کرد. ورودی برنامه وانیر تولز با استفاده از هامیلتونی تنگ-بست، محاسبه شده با برنامه وانیر<sup>۹۰</sup>، تولید شد. در نهایت با اجرای برنامه‌ی وانیر تولز، ویژگی‌های توپولوژی آلیاژها از جمله مکان و کایرالیتی نقطه‌های وايل، پاشندگی خطی نوار انرژی در نزدیکی این نقطه‌ها و حالت‌های سطحی بر اساس روش تابع گرین بررسی شدند [۲۵].

### ۳. نتایج

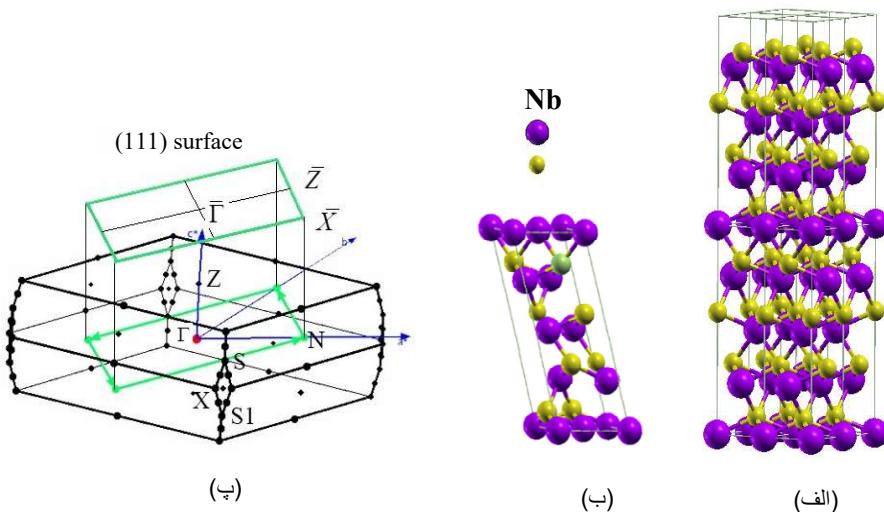
#### ۱. ویژگی‌های ساختاری و الکترونی

برای ساخت آلیاژهای  $Nb_xTa_{1-x}Sb$  ( $x = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1$ ) ابریاخته‌ایی به ابعاد  $2 \times 2 \times 2$  برابر یاخته‌ی یکه‌ی ترکیب  $TaSb$  با ساختار شبکه براوهی چهارگوشی با گروه فضایی  $I4_1md$  ساخته شد. این ابریاخته بعد از بهینه‌سازی به ساختار شبکه براوهی سه‌میلی با گروه فضایی  $1P_1$  تغییر پیدا کرد. ساختار سه‌میلی دارای کمترین تقارن در میان ۱۴ گروه فضایی براوهی سه‌بعدی می‌باشد. این ساختار تنها دارای تقارن وارونی نسبت به مرکز است. برای آلیاژهایی با غلظت‌های

<sup>۱</sup> Wien2Wannier

متفاوت درصد مناسبی از اتم‌های  $Ta$  با اتم‌های  $Nb$  جایگزین می‌شوند. به صورت نمونه، یاخته‌ی قراردادی  $2\times 2\times 2$  و یاخته‌ی یکه‌ی ابریاخته برای غلظت  $x=1$  در شکل (۱-الف) و (۱-ب) نمایش داده شده است. برای بهینه‌سازی پارامترهای شبکه از برنامه‌ی محاسباتی سازگار با برنامه‌ی وین استفاده شده است که با روش بسیار دقیق تمام الکترونی با پتانسیل کامل در برنامه وین اجرا می‌شود. در این برنامه، ابتدا بهترین نسبت پارامترهای شبکه و انرژی متناسب با حجم، به دست آمده و سپس معادله حالت برای حجم‌ها و انرژی‌های گوناگون به دست می‌آید. در نهایت پارامترهای شبکه برای حجم بهینه محاسبه می‌شود.

در شروع محاسبه‌ها، به منظور یافتن ویژگی‌های ساختاری آلیاژهای  $Nb_xTa_{1-x}Sb$  ( $x = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1$ ) ساختارهای مختلف کمینه کرده و با استفاده از کمینه نمودارهای انرژی- حجم، مقدار بهینه برای پارامترهای شبکه را به دست آوردیم (جدول ۱).



**شکل ۱** (الف) یاخته‌ی قاردادی  $2 \times 2 \times 2$  برای آلیاژ  $NbSb$  با ساختار چهارگوشی، (ب) یاخته‌ی یکه با ساختار سه‌میلی برای آلیاژ  $NbSb$  (پ) منطقه‌ی اول بریلوئن در فضای وارون همراه با نمایش نقاط پر تقارن و صفحه‌ی (۱۱۱) برای نمایش حالت‌های سطحی.

برای بررسی پایداری آلیاژها یکی از پارامترهایی که مورد بررسی قرار گرفت محاسبه‌ی انرژی تشکیل،  $E_f$  بود. انرژی تشکیل برای این آلیاژها، بجز  $x = 0$  و  $x = 1$ ، به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۶]،

$$E_f(Nb_xTa_{1-x}Sb) = E_t(Nb_xTa_{1-x}Sb) - xE_t(NbSb) - (1-x)E_t(TaSb).$$

در این رابطه،  $E_t(NbSb)$  انرژی کل آلیاژ برای غلظت  $x$  و  $E_t(TaSb)$  انرژی کل برای ترکیب‌های  $NbSb$  و  $TaSb$  است. مقدار انرژی تشکیل برای تمام غلظت‌های  $x$  محاسبه و دیده شد که مقدار آن برای تمام آلیاژها، منفی است. مقدار منفی انرژی تشکیل برای هر پنج غلظت نشان می‌دهد که این آلیاژها پایدار هستند. انرژی تشکیل ترکیب  $NbSb$  از سایر آلیاژها کمتر بود که نشان دهنده‌ی پایداری بیشتر این ترکیب نسبت به سایر آلیاژها است. این یافته با نتیجه‌ی ناشی از یافته‌های پژوهشگران پیشین در مورد پایداری این ترکیب سازگاری دارد [۲۷].

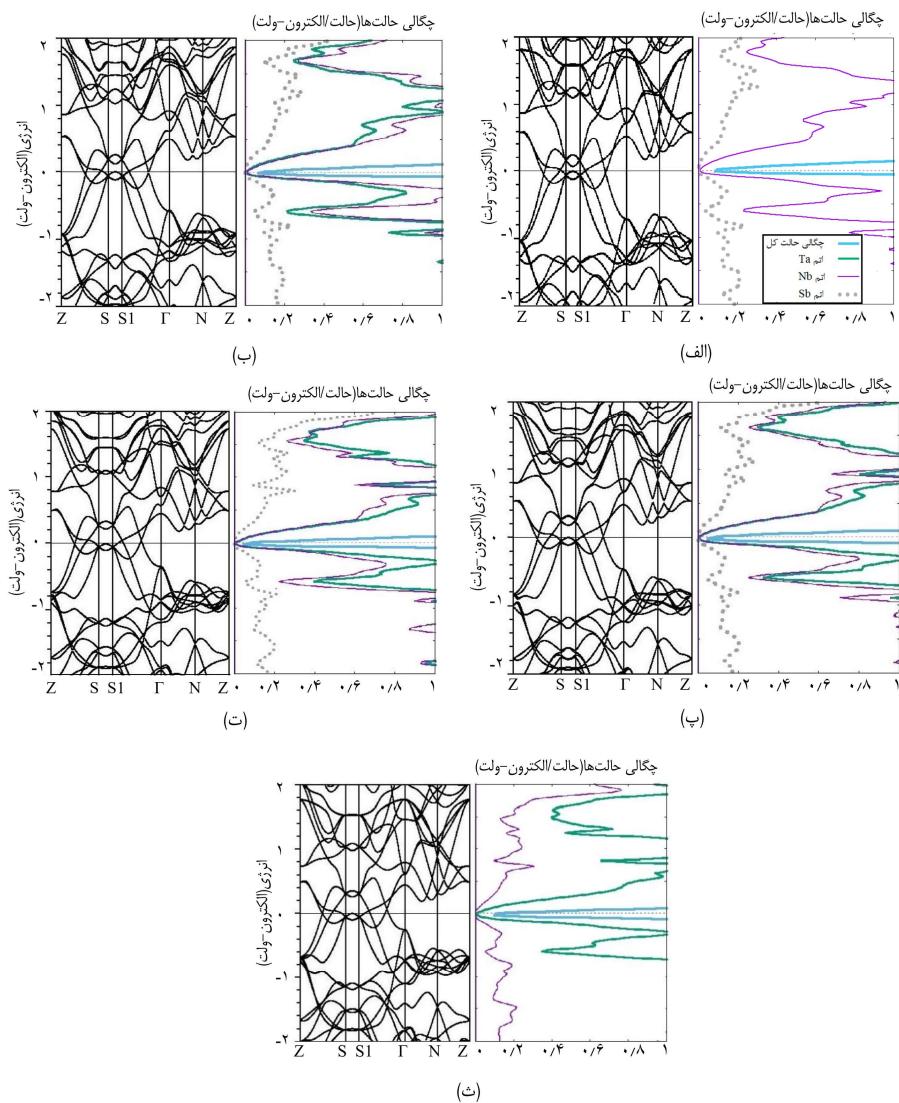
در ادامه محاسبه‌ها، برای بررسی ویژگی‌های الکترونی آلیاژها، نمودار چگالی حالت‌ها و ساختار نواری در مسیر پرتقارن منطقه‌ی اول بریلوئن (شکل ۱-پ) برای تمامی غلظت‌ها در نبود برهم کش اسپین-مدار محاسبه شده و در شکل (۲) نمایش داده شدند. قطع شدن نوارهای انرژی به‌وسیله‌ی سطح فرمی و صفر نبودن چگالی حالت‌ها در انرژی فرمی نشان می‌دهد که تمام آلیاژهای مورد بررسی، دارای رفتار فلزی هستند. بررسی نمودارهای چگالی حالت‌ها برای غلظت‌های مختلف نشان می‌دهد که چگالی حالت‌ها در نزیکی انرژی فرمی بیشتر ناشی از اوربیتال‌های  $5d$  و  $Ta-5d$ - $Nb-5d$  است. برای ساختارهای نواری در نبود برهم کش اسپین-مدار برای هر پنج مقدار  $\lambda$  در مسیر  $ZSS1\Gamma$ ، چهار نقطه‌ی تقاطع نواری مشاهده شدند که در نمودارهای شکل (۲) مشخص هستند. این نقطه‌های برخوردي ناشی از برخورد نوارهای رسانش و نوارهای ظرفیت هستند. به دلیل نبود برهم کش اسپین-مدار، نوارهای رسانش و نوارهای ظرفیت دارای تبهگنی دوگانه هستند. از این‌رو، نقطه‌های برخوردي دارای تبهگنی چهارگانه می‌شوند. بررسی ویژگی‌های اوربیتالی نوارهای رسانش و نوارهای ظرفیت در مسیر پرتقارن مشخص شده، نشان می‌دهد که ویژگی وارونی نواری در کل محدوده‌ی  $SS1$  نیز وجود دارد. ویژگی وارونی نواری در ساختار نواری این آلیاژها بین اوربیتال‌های  $d_{z^2}$  و  $d_{x^2-y^2}$  یا  $d_{yz}$  و  $d_{xz}$  است. در این حالت ترتیب اوربیتالی نوارهای انرژی با حالت معمولی متفاوت است. هم‌چنین با بررسی ساختار نواری مشاهده می‌شود که در نزدیکی نقطه‌های برخوردي، نوارهای انرژی رفتار پاشندگی خطی از خود نشان می‌دهند.

**جدول ۱** ثابت‌های شبکه  $a$  و  $c$ ، زاویه‌های  $\alpha$  و  $\gamma$  بین آنها و انرژی کل  $E_t$  برای یاخته‌ی یکه آلیاژهای  $Nb_xTa_{1-x}Sb$  ( $x = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1$ ) با ساختار سه‌میلی.

نام ترکیب	$a(\text{\AA})$	$c(\text{\AA})$	$\alpha$	$\gamma$	$E_t(eV)$
$TaSb$	۵/۲۰	۱۲/۶۹	۱۰۱/۴۲°	۹۰°	-۳۵۳۷۵۶/۰۶
$Nb_{0.25}Ta_{0.75}Sb$	۵/۲۰	۱۲/۷۲	۱۰۱/۴۲°	۹۰°	-۳۰۶۵۳۳/۵۶
$Nb_{0.5}Ta_{0.5}Sb$	۵/۲۱	۱۲/۷۰	۱۰۱/۴۲°	۹۰°	-۲۵۹۳۱۱/۰۵
$Nb_{0.75}Ta_{0.25}Sb$	۵/۲۱	۱۲/۷۱	۱۰۱/۴۲°	۹۰°	-۲۱۲۰۸۸/۵۴
$NbSb$	۵/۲۱	۱۲/۷۲	۱۰۱/۴۲°	۹۰°	-۱۶۴۸۶۶/۰۳

با توجه به این‌که در تمام آلیاژهای اوربیتال‌های  $Ta-5d$  و  $Nb-5d$  تأثیر زیادی در نزدیکی انرژی فرمی دارند، برای بررسی دقیق‌تر ویژگی‌های الکترونی باید چگالی حالت‌های الکترونی و ساختار نواری در حضور برهم‌کنش اسپین-مدار هم محاسبه شود (شکل ۳). بعد از محاسبه ویژگی‌ها در حضور برهم‌کنش اسپین-مدار مشاهده شد که برای تمام پنج مقدار غلظت  $x$  چگالی حالت‌ها در حضور برهم‌کنش اسپین-مدار چون حالت بدون برهم‌کنش اسپین-مدار (شکل ۲) بیشتر تحت تأثیر اوربیتال‌های  $Ta-5d$  و  $Nb-5d$  هستند و اتم  $Sb$  در مقایسه با اتم‌های  $Ta$  و  $Nb$  تأثیر کمتری دارد. همچنین، قطع شدن نوارهای انرژی به‌وسیله‌ی سطح فرمی و صفر نبودن چگالی حالت‌ها در انرژی فرمی نشان می‌دهد که تمام آلیاژهای مورد بررسی در حضور برهم‌کنش اسپین-مدار دارای رفتار فلزی‌اند. در مورد ساختارهای نواری نیز اعمال برهم‌کنش اسپین-مدار سبب باز شدن شکاف در مسیر  $ZSS1\Gamma$  در غلظت‌های  $x=0.75, 0.5, 0.25, 0, 0$  شده است ولی در غلظت  $x=1$  ساختار نواری هم چنان دارای شکاف بسته است. بررسی دقیق‌تر در کل منطقه‌ی اول بریلوئن هم نشان داد که تنها برای غلظت  $x=1$  شکاف‌های بسته وجود دارد. به‌دلیل وجود برهم‌کنش اسپین-مدار نقطه‌های برخوردهای دارای تبهگنی دوگانه می‌شوند، ولی بررسی ساختار نواری در نزدیکی نقطه‌های برخوردهای نشان می‌دهد که نوارهای انرژی در نزدیکی این نقطه‌ها هم چنان دارای پاشندگی خطی هستند.

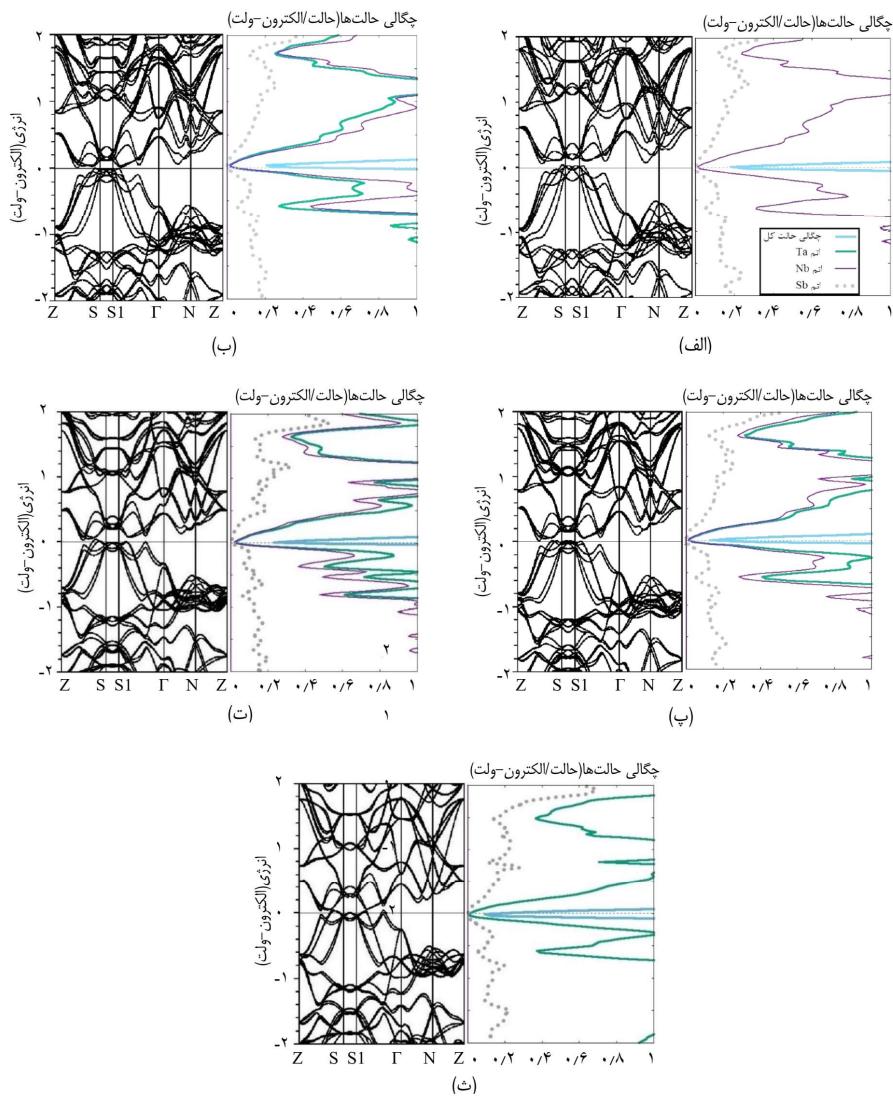




شکل ۲ ساختار نواری و نمودار چگالی حالت‌ها برای آلیاژهای

$Nb_xTa_{1-x}Sb$  ( $x = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1$ ) در نبود برهم کنش اسپین-مدار برای (الف)

(ب)  $x = 0.25$  (ج)  $x = 0.50$  (د)  $x = 0.75$  (ه)  $x = 1$



شکل ۳ ساختار نواری و نمودار چگالی حالت‌ها برای آلیاژهای

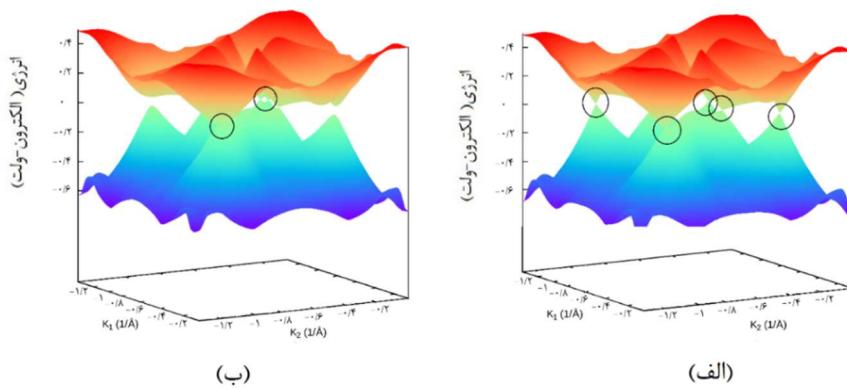
$Nb_xTa_{1-x}Sb$  ( $x = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1$ ) در حضور برهمنکش اسپین - مدار برای (الف)

(ب)  $x = 0.25$  (پ)  $x = 0.5$  (ت)  $x = 0.75$  (ه)  $x = 1$



### ۲.۳ ویژگی‌های توبولوژی

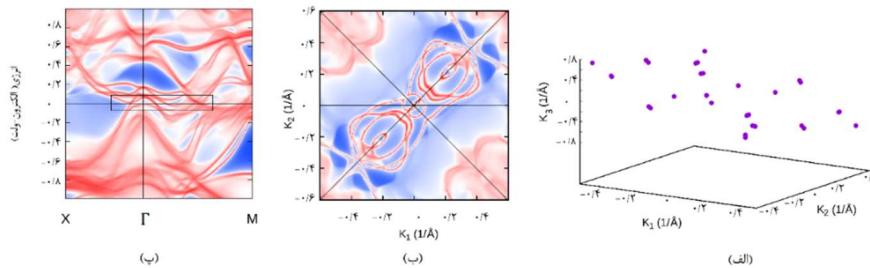
آلیاژهای  $(1) Nb_xTa_{1-x}Sb$  ( $x = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1$ ) به دلیل ساختار بلوری و گروه فضایی خود، دارای تقارن وارونی مکانی نیستند. همان‌گونه که در بررسی ساختار الکترونی این آلیاژها مشاهده شد، ساختار نواری این آلیاژها دارای ویژگی وارونی نواری ناشی از اوربیتال‌های  $d_{z^2}$  و  $d_{xz}$  یا  $d_{yz}$  در اتم‌های  $Nb$  و  $Ta$  در کل مسیر  $SS_1$  است. همچنین، این آلیاژها دارای تعدادی نقطه برخوردی در نزدیکی انرژی فرمی با ویژگی پاشندگی خطی و تبهگی چندگانه هستند. این نقطه‌های برخوردی ناشی از برخورد نوارهای انرژی با اوربیتال‌های  $d_{z^2}$  و  $d_{xz}$  یا  $d_{yz}$  هستند که سبب ایجاد تبهگی چهارگانه در نقطه برخورد می‌شوند. این آلیاژها در نبود برهمنش اسپین-مدار، نامزد مناسبی برای فاز نیم‌فلز توبولوژی دیراک هستند. ساختار نواری سه بعدی این آلیاژها، که با برنامه‌ی محاسباتی وانیر تولز محاسبه و رسم شده است، در نبود برهمنش اسپین-مدار مخروط‌های دیراک و در رأس آن‌ها حضور فرمیون‌های دیراک را نمایش می‌دهد (شکل ۴-الف).



شکل ۴ ساختار نواری سه بعدی رسم شده برای آلیاژ  $NbSb$  (الف) در نبود برهمنش اسپین-مدار، (ب) در حضور برهمنش اسپین-مدار. نقطه‌های مشخص شده با دایره در شکل (الف) نشان دهندهٔ فرمیون‌های دیراک و در شکل (ب) نشان دهندهٔ جفت فرمیون‌های وایل هستند.

برای بررسی دقیق‌تر آلیاژهای توبولوژی  $Nb_xTa_{1-x}Sb$  ( $x = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1$ ) تأثیر برهمنش اسپین-مدار روی سامانه بررسی شده است. در این آلیاژها همان‌گونه که در ساختار نواری در حضور برهمنش اسپین-مدار نیز مشخص است، در حالت‌های  $0, 0/25, 0/5, 0/75 = x$  فرمیون‌های دیراک با اعمال برهمنش اسپین-مدار شکاف‌دار می‌شوند و فاز توبولوژی نیم‌فلز دیراک به فاز نیم‌فلز معمولی تبدیل می‌شوند.

اگرچه در حالت  $\alpha = \beta$  شرایط متفاوت است. ساختار نواری سه بعدی که با استفاده از برنامه محاسباتی وانیرتولز و داده های برنامه ای وین برای این حالت ترسیم شده است، حضور جفت نقطه های برخوردی در نزدیکی انژری فرمی را نمایش می دهد (شکل ۴-ب). در این حالت با اعمال برهم کنش اسپین - مدار آلیاژ با فاز توپولوژی نیم فلز دیراک به فاز توپولوژی نیم فلز وایل گذار فاز پیدا می کند. برای اطمینان از فاز نیم فلز توپولوژی وایل در غلظت  $\alpha = \beta$  باید ناوردای توپولوژی را در نقطه های برخوردی بررسی کرد. این آلیاژ به دلیل گروه فضایی  $P1$  بدون گروه های تقارنی و تنها دارای تقارن مرکزی است به همین دلیل ناوردای توپولوژی چون پاریته یا ناوردای توپولوژی آینه ای وغیره برای بررسی آن قابل استفاده نیستند. ناوردای توپولوژی که با توجه به گروه فضایی این آلیاژها می توان مورد بررسی قرار داد، کایرالیتی در نقطه های برخوردی است. با کمک برنامه محاسباتی وانیرتولز با مشخص شدن مکان دقیق فرمیون های وایل و محاسبه مرکز های بار وانیر و حلقه های ویلسون، کایرالیتی مربوط به این نقطه های برخوردی محاسبه شدند. محاسبه ها نشان دادند که کایرالیتی نقطه های برخوردی  $\Gamma + 1$  یا  $-1$  هستند. فرمیون های وایل با کایرالیتی  $+1$  نمایان گر چشم و با کایرالیتی  $-1$  نمایان گر چاهک برای انحنای برقی هستند. مکان دقیق فرمیون های وایل در ترکیب  $NbSb$  در شکل ۵-الف) نشان داده شده اند. تعداد این فرمیون ها ۱۶ جفت است و از آنجایی که آلیاژ مورد بررسی تنها دارای تقارن مرکزی است، بنابراین فرمیون های وایل در مکان  $\vec{k}$  با کایرالیتی مشخص دارای تصویری در مکان  $\vec{k}^*$  باهمان کایرالیتی هستند.



شکل ۵ ویژگی های توپولوژی آلیاژ  $NbSb$ : (الف) مکان فرمیون های وایل درون منطقه اول بریلوئن، (ب) طیف حالات های سطحی برای سطح (111) و (پ) ساختار نواری حالت سطحی برای سطح (111).

از دیگر ویژگی های یکتای مرتبط با فاز توپولوژی نیم فلز وایل که در این مقاله بررسی شدند، حضور حالت های سطحی کمان فرمی روی سطح است. حضور نقطه های وایل با کایرالیتی های مخالف



درون انبوهه سبب ایجاد کمانهای فرمی حالت سطحی می‌شوند. برای بررسی حالت‌های سطحی، سطح (۱۱۱) در نظر گرفته شده است (شکل ۱-پ). تصویر نقطه‌های وایل روی این صفحه با کمان فرمی به هم متصل می‌شوند (شکل ۵-ب). در حقیقت فرمیون‌های وایل با کایرالیتی‌های مخالف در ابتدا و انتهای کمانهای فرمی قرار گرفته‌اند (شکل ۵-ب). از طرفی نقطه‌های وایل در ساختار نواری حالت سطحی، به شکل نقطه‌های برخورد نوارهای انرژی در نقطه‌ی  $\Gamma$  و اطراف آن مشخص می‌شوند (شکل ۵-پ). بررسی حضور کمان فرمی در نمودارهای طیف حالت سطحی و برخوردهای موجود در نوارهای انرژی حالت‌های سطحی، حضور نقطه‌های وایل درون انبوهه و وجود فاز توپولوژی نیم‌فلز وایل را در آلیاژ  $NbSb$  تایید می‌کند.

#### ۴. نتیجه‌گیری

در نیم‌فلزهای توپولوژی وایل حالت‌های کوانتمی دارای ویژگی‌های توپولوژی غیر بدیهی‌اند و کاربردهای قابل توجه‌ای در صنعت اسپیترونیک دارند. به این منظور، مطالعه ترکیب‌هایی با فاز نیم‌فلز توپولوژی وایل می‌تواند اهمیت زیادی در فیزیک ماده چگال داشته باشد. بر این اساس با ساختن ترکیب‌ها با روش آلیاژسازی و مطالعه‌ی ویژگی‌های الکترونی و توپولوژی آن‌ها، می‌توان ساختارهایی را یافت که دارای این ویژگی یکتا و متمایز باشند. در این پژوهش آلیاژهای  $Nb_xTa_{1-x}Sb$  ( $x = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1$ ) برای نخستین بار بررسی شدند. بخش اول این بررسی با استفاده از برنامه‌ی محاسباتی وین، که بر اساس روش تابعی چگالی است، انجام شدند. در این بخش بعد از محاسبه انرژی تشکیل و بررسی پایداری آلیاژها، ویژگی‌های ساختاری، چون پارامتر شبکه تعادلی و الکترونی و همچنین، چگالی حالت‌ها و ساختار نواری، آن‌ها مورد مطالعه قرار گرفته است. در بخش بعدی، ویژگی‌های توپولوژی این آلیاژها با استفاده از برنامه‌های وانیر ۹۰ و وانیرتولز، که براساس رهیافت تابع‌های وانیر و روش تنگبست هستند، محاسبه شدند. نتیجه محاسبه‌های ساختار نواری و برنامه‌های وانیر ۹۰ و وانیرتولز نشان دادند که آلیاژهای  $Nb_xTa_{1-x}Sb$  ( $x = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1$ ) در نبود برهم‌کنش اسپین-مدار دارای ویژگی نیم‌فلز دیراک هستند. با اعمال برهم‌کنش اسپین-مدار نیم‌فلزهای دیراک در غلظت‌های  $0/5, 0/75, 1, 0/25, 0/0$  به نیم‌فلزهای معمولی و در غلظت  $1 = x$  به نیم‌فلز وایل تغییر فاز می‌دهند. در حالت  $x = 1$  با بررسی کل منطقه‌ی اول بریلوئن مشاهده شد که آلیاژ دارای ۱۶ جفت فرمیون وایل با کایرالیتی  $+1$  و  $-1$  است. مکان تمام این نقطه‌های وایل محاسبه و نشان داده شد که همگی دور از



مسیرهای پر تقارن منطقه اول بریلوئن هستند. همچنین طیف حالت‌های سطحی و کمان‌های فرمی آلیاز با غلظت  $x = 111$  روی سطح محاسبه و رسم شدند.

## منابع

- [1] Hasan. M. Z, Kane. C. L, "Colloquium: topological insulators", *Reviews of Modern Physics*, **82**, 3045-3067, 2010.
- [2] Weyl. H, "Elektron und gravitation. I", *Zeitschrift für Physik*, **56**, 330-352, 1929.
- [3] Gross. F, "Relativistic quantum mechanics and field theory", *John Wiley & Sons*, 119-169, 2008.
- [4] Sun. Y, Wu. S.C, Yan. B, "Topological surface states and Fermi arcs of the noncentrosymmetric Weyl semimetals TaAs, TaP, NbAs, and NbP", *Physical Review B*, **92**, 335304-335328, 2015.
- [5] Xu. S.Y, Alidous. N. t, Belopolski. I, Yuan. Z, Bian. G, Chang. T. R, Zheng. H, Strocov. V.N, Sanchez. D.S, Chang. G, "Discovery of a Weyl fermion state with Fermi arcs in niobium arsenide", *Nature Physics*, **11**, 748-754, 2015.
- [6] Chang. G, Wieder. B.J, Schindler. F, Sanchez. D.S, Belopolski. I, Huang. S. M, Singh. B, Wu. D, Chang. T. R, Neupert. T, Xu. S. Y, Lin. H, Hasan. M.Z, "Topological quantum properties of chiral crystals", *Nature Materials*, **17**, 978-985, 2018.
- [7] Wang. X, Zhang. M, "Layered topological semimetals for spintronics, in: Spintronic 2D Materials", *Elsevier*, **1**, 273-298, 2020.
- [8] Yan. B, Felser. C, "Topological materials: Weyl semimetals", *Annual Review of Condensed Matter Physics*, **8**, 337-354, 2017.
- [9] Chang. G, Wieder. B.J, Schindler. F, Sanchez. D.S, Belopolski. I, Huang. S.M, Singh. B, Wu. D, Chang. T. R, Neupert. T, Xu. S.Y, Lin. H, Hasan. M.Z, "Topological quantum properties of chiral crystals", *Nature Materials*, **17**, 978-985, 2018.
- [10] Wan. X, Turner. A.M, Vishwanath. A, Savrasov. S.Y, "Topological semimetal and Fermi-arc surface states in the electronic structure of pyrochlore iridates", *Physical Review B*, **83**, 205101-205110, 2011.
- [11] Xu. G, Weng. H, Wang. Z, Dai. X, Fang. Z, "Chern semimetal and the quantized anomalous Hall effect in HgCr<sub>2</sub>Se<sub>4</sub>", *Physical Review Letters*, **107**, 186806-186824, 2011.
- [12] Weng. H, Fang. C, Fang. Z, Bernevig. B.A, Dai. X, "Weyl Semimetal Phase in Noncentrosymmetric Transition-Metal Monophosphides", *Physical Review X*, **5**, 011029-011039, 2015
- [13] Lv. B, Weng. H, Fu. B, Wang. X.P, Miao. H, Ma. J, Richard. P, Huang. X, Zhao. L, Chen. G, "Experimental discovery of Weyl semimetal TaAs", *Physical Review X*, **5**, 217601-217606, 2015.
- [14] Dai. T, Li. Y, Zhao. L, Zhao. X, Zhong. J, Meng. L, "Alloying Driven Multifold Fermion-to-Weyl Semimetal Transition in CoSi<sub>1-x</sub>A<sub>x</sub> (A= Ge, Sn)", *Physica Status Solidi (RRL)-Rapid Research Letters*, **16**, 2200115-2200123, 2022.
- [15] Su. Y.H, Shi. W, Felser. C, Sun. Y, "Topological Weyl semimetals in Bi<sub>1-x</sub>Sb<sub>x</sub> alloys", *Physical Review B*, **97**, 155431-155439, 2018.
- [16] Huang. H, Jin. K. H, Liu. F, "Alloy engineering of topological semimetal phase transition in MgTa<sub>2-x</sub>Nb<sub>x</sub>N<sub>3</sub>", *Physical Review Letters*, **120**, 136403-136410, 2018.
- [17] Kong. X, Li. L, Peeters. F.M, "Topological Dirac semimetal phase in Ge<sub>x</sub>Sn<sub>y</sub> alloys", *Applied Physics Letters*, **112**, 251601-251609, 2018.



- [18] Kumar. P, Nagpal. V, Patnaik. S, "Chiral anomaly induced negative magnetoresistance and weak anti-localization in Weyl semimetal  $\text{Bi}_{0.97}\text{Sb}_{0.03}$  alloy", *Journal of Physics: Condensed Matter*, **34**, 055601-055608, 2021.
- [19] Blaha. P, Schwarz. K, Tran. F, Laskowski. R, Madsen. G.K, Marks. L.D, "WIEN2k: An APW+ lo program for calculating the properties of solids", *The Journal of Chemical Physics*, **152**, 074101-074113, 2020.
- [20] Hohenberg. P, Kohn. W, "Density functional theory (DFT)", *Physical Review*, **136**, 864-871, 1964.
- [21] Mostofi. A.A, Yates. J.R, Lee. Y.S, Souza. I, Vanderbilt. D, Marzari. N, "wannier90: A tool for obtaining maximally-localised Wannier functions", *Computer Physics Communications*, **178**, 685-699, 2008.
- [22] Marzari. N, Mostofi. A.A, Yates. J.R, Souza. I, Vanderbilt. D, "Maximally localized Wannier functions: Theory and applications", *Reviews of Modern Physics*, **84**, 1419-1476, 2012.
- [23] Wu. Q, Zhang. S, Song. H.F, Troyer. M, Soluyanov. A.A, "WannierTools: An open-source software package for novel topological materials", *Computer Physics Communications*, **224**, 405-416, 2018.
- [24] Perdew. J.P, Burke. K, Ernzerhof. M, "Generalized gradient approximation made simple", *Physical Review Letters*, **77**, 3865-3868, 1996.
- [25] Smidstrup. S, Stradi. D, Wellendorff. J, Khomyakov. P.A, Vej-Hansen. U.G, Lee M.E, Ghosh. T, Jónsson. E, Jónsson. H, Stokbro. K, "First-principles Green's-function method for surface calculations: A pseudopotential localized basis set approach", *Physical Review B*, **96**, 195309-195326, 2017.
- [26] Brown. T.E, LeMay. H.E, Bursten. B.E, Murphy. C.J, Woodward. P.M, "Chemistry", *The central science*, **15**, Pearson Prentice Hall, 2021.
- [27] Lomnytska. Y.F, Kuz'ma. Y.B, "The Nb-Sb system", *Journal of Alloys and Compounds*, **413**, 114-117, 2006.



This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-Noncommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0 license) (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).

