

## Research Paper

# Designing a Broadband Achromatic Quarter Wave System in the Visible Region <sup>1</sup>

Masoud Kavosh Tehrani<sup>2\*</sup> and Mohammad Reza Nejat<sup>3</sup>

Received: 2024.05.06

Revised: 2024.08.18

Accepted: 2024.10.21

## Abstract

The phase delay in wave plates is wavelength- dependent, producing the desired delay only for specific wavelengths of light. This study aims to design achromatic quarter- wave systems that produce a 90-degree phase delay across the entire visible spectrum. It is possible to create an achromat system by combining multiple wave plates. This work has been investigated using two, three, and four- wave plates. This design has been optimized using a merit function known as the degree of achromatization. The degree of achromatization calculates the difference between the obtained and desired phase delays, which should be minimized in the optimization. In this research, birefringent crystals of quartz, calcite, and sapphire have been used. And the thickness, angles between the sharp axes of the plates and the degree of achromatization were obtained using the Quasi-Newton method for the spectral region of 400-700 nm. The results of this research are compared with the work of others and show that the results obtained in the wavelength region of 400-700 nm are better.

**Keywords:** *Quarter-wave Blade, Birefringent Crystals, Achromat System, Quasi- newton Method.*

---

<sup>1</sup> <https://doi.org/10.22051/ijap.2024.47095.1407>

<sup>2</sup> Professor, Department of Physics, University Complex of Modern Applied Sciences, Malek Ashtar University of Technology, Shahinshahr, Iran. (Corresponding Author). Email: m\_kavosh@mut-es.ac.ir

<sup>3</sup> M. Sc. Graduated, Department of Physics, University Complex of Modern Applied Sciences, Malek Ashtar University of Technology, Shahinshahr, Iran. Email: ohammadrezanejat1376@gmail.com



## طراحی سامانه چارک موجی آکرومات پهن باند در ناحیه مرئی<sup>۱</sup>

مسعود کاوش تهرانی\*<sup>۲</sup> و محمد رضا نجات<sup>۳</sup>

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۲/۱۷  
تاریخ بازنگری: ۱۴۰۳/۰۵/۲۸  
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۷/۳۰

فصلنامه علمی فیزیک کاربردی ایران  
دانشکده فیزیک، دانشگاه الزهرا  
سال چهاردهم، پیاپی ۳۹، زمستان ۱۴۰۳  
صص ۱۰۰ - ۱۲۴

### چکیده:

تأخیر فاز در تیغه‌های موج بسیار به طول موج نور تابشی وابسته است. بنابراین هر تیغه موج تنها در یک طول موج ویژه می‌تواند تأخیر فاز مورد نظر را به وجود آورد. هدف از این پژوهش مطالعه و طراحی سامانه‌های چارک موجی آکرومات است تا بتواند در سراسر ناحیه طیفی مرئی تأخیر فاز ۹۰ درجه ایجاد کند. با استفاده از ترکیب چند تیغه موج، می‌توان این سامانه آکرومات را طراحی کرد. این کار با استفاده از دو، سه و چهار تیغه موج مورد بررسی قرار گرفته است. این طراحی بر اساس یک تابع شایستگی که آن را درجه آکرومات‌شدگی می‌نامند، بهینه‌سازی شده است. درجه آکرومات‌شدگی اختلاف بین تأخیر فاز بدست آمده و تأخیر فاز مورد نظر را محاسبه می‌کند که باید در بهینه‌سازی کمینه شود. در این پژوهش از بلورهای دوشکستی از جنس‌های کوارتز، کلسیت و سافایر استفاده شد. ضخامت، زوایای بین محورهای تند تیغه‌ها و نیز درجه آکرومات‌شدگی با استفاده از الگوریتم شبه‌نیوتن برای ناحیه طیفی ۰/۴-۰/۷ میکرومتر بدست آمد. نتایج این پژوهش با کار دیگران مقایسه و نشان داده می‌شود که نتایج بدست آمده در ناحیه طول موجی ۰/۴-۰/۷ میکرومتر بهتر شده است.

واژگان کلیدی: تیغه چارک موجی، بلورهای دوشکستی، سامانه آکرومات، الگوریتم شبه‌نیوتن.

<sup>۱</sup> <https://doi.org/10.22051/ijap.2024.47095.1407>

<sup>۲</sup> استاد، گروه فیزیک، مجتمع دانشگاهی علوم کاربردی نوین، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، شاهین شهر، ایران. (نویسنده مسئول). Email: m\_kavosh@mut-es.ac.ir

<sup>۳</sup> دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، گروه فیزیک، مجتمع دانشگاهی علوم کاربردی نوین، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، شاهین شهر، ایران. Email: ohammadrezanejat1376@gmail.com



## ۱. مقدمه

صفحات یک چهارم موج آکرومات<sup>۱</sup> دستگاه‌های نوری هستند که برای دستکاری حالت قطبش نور استفاده می‌شوند. آن‌ها به گونه‌ای طراحی می‌شوند که در طیف وسیعی از طول موج‌ها کار کنند و عملکرد ثابت را در کاربردهای مختلف تضمین کنند. از کاربردهای آن می‌توان به صفحات چارک موجی آکروماتیک در فناوری نمایشگر بلور مایع (LCD) اشاره کرد که برای بهبود اختلاف و افزایش نمایش رنگ، از هدایت قطبش نور استفاده می‌شود [۱]. در نمایشگرهای نسل جدید، نور را می‌توان بر اساس طول موج یا قطبش دستکاری کرد؛ اما به دلیل پهنای نواری غیرقابل چشم‌پوشی LEDها، نقش تیغه‌های چارک موجی آکرومات اهمیت پیدا می‌کند. چرا که در این سامانه‌ها باید تیغه‌های چارک موجی از بنفش تا قرمز دارای ویژگی بی‌رنگی فوق‌العاده‌ای باشند [۲].

در نمایشگرهای سه بعدی، تیغه‌های چارک موجی آکرومات برای ایجاد قطبش دایره‌ای عمود بر هم برای حذف اثر شیب سر<sup>۲</sup> [۳، ۴] و در سامانه‌های حقیقت مجازی<sup>۳</sup>، برای کمینه کردن انحنای میدان پتروال بسیار مهم هستند [۷-۵]. در کاربردهای حقیقت افزوده<sup>۴</sup>، از آنجایی که توری‌های قطبی‌کننده انتقالی/ بازتابی براگ، انتخاب مناسبی برای جفت‌کننده ورودی/ خروجی هستند، تیغه‌های چارک موجی آکرومات به یک عنصر ضروری برای این سامانه‌ها تبدیل شده‌اند [۸، ۹]. افزون بر این در سامانه‌های ارتباط نوری برای تقسیم همزمان توان و تبدیل قطبش دایره‌ای به خطی در محدوده مادون قرمز نزدیک از این تیغه‌ها استفاده می‌شود [۱۰]. دستگاه‌های فراسطوحی<sup>۵</sup>، چشم‌انداز زیادی در ساده‌سازی سامانه‌های تصویربرداری نشان می‌دهند. با این حال، مانند عناصر نوری پراش، پراکندگی ذاتی فراسطح‌ها زیاد است. بنابراین، ایراهی رنگی قابل توجهی در فلزات رایج وجود دارد که کیفیت تصویربرداری را تحت شرایط روشنایی پهن نوار بدتر می‌کند و کاربرد آن‌ها را محدود می‌کند. برای مقابله با این مشکل، فلزات آکروماتیک پهن نوار در مناطق طول موج مرئی و مادون قرمز نزدیک طراحی و ارائه شده است [۱۱]. در تصویربرداری میکروسکوپی برای بهبود اختلاف از نمونه‌های زیست‌شناختی، به ویژه در مطالعه ساختارهای سلولی استفاده می‌شود. در دستگاه‌های نوری جهت جداکننده‌های نوری و همچنین برای تولید یک دیود نوری پهن نوار تیغه‌های چارک موجی دارای کاربرد است [۱۲].

<sup>1</sup> Achromat

<sup>2</sup> Head-tilt effect

<sup>3</sup> Virtual reality

<sup>4</sup> Augmented reality

<sup>5</sup> Metasurfaces



در سال ۱۹۵۵ اولین سامانه آکرومات<sup>۱</sup> پیشنهاد داده شد [۱۳]. این سامانه از سه تیغه دوشکستی تشکیل شده بود که همگی از یک جنس بودند. پس از آن سامانه‌های آکرومات متفاوتی ارائه شدند تا بتوانند تأخیر فاز ۹۰ درجه را در ناحیه‌های مختلف طیفی ایجاد کنند. این تلاش‌ها با استفاده از تغییر تعداد، جنس، ضخامت و زاویه‌های محور تند تیغه‌ها انجام شده است. در سال ۱۹۹۴ هاریهاران<sup>۲</sup> یک تأخیرانداز نیم موج آکرومات ساده را با استفاده از ترکیبی از سه تیغه دوشکستی از جنس میکا پیشنهاد داد [۱۴]. محورهای سریع دو تیغه خارجی به موازات یکدیگر تنظیم شده و دارای عقب‌ماندگی ربع‌موج در طول موج مرکزی بودند، در حالی که تیغه وسطی دارای عقب‌ماندگی نیم‌موج بود. جهت‌گیری عنصر میانی با ترکیب دو طول‌موج مشخص می‌شد که تأخیر فاز در مجموع دقیقاً نیم‌موج بشود. او این سامانه را در بازه طول‌موجی ۰/۴۴ تا ۰/۶۶ میکرومتر بررسی کرد که چنین ترکیبی را می‌توان به راحتی برای هر محدوده طول‌موجی دیگری نیز ایجاد و بهینه کرد. در سال ۱۹۹۶ هاریهاران برای طراحی یک سامانه آکرومات، یک تجزیه و تحلیل نظری ارائه داد که منجر به یک روش قاعده‌دار<sup>۳</sup> برای انتخاب ترکیبی از مواد شد [۱۵]. او از این روش برای سامانه‌های آکرومات متشکل از ترکیب دو و سه تیغه موج برای ناحیه طیفی ۰/۴۵ تا ۰/۶۵ میکرومتر استفاده کرد. در سال ۲۰۰۶ در مورد طراحی و مشخصه‌یابی تیغه‌های چارک‌موجی آکرومات در محدوده بسامدی تراهرتز بررسی شد [۱۶]. تیغه چارک‌موجی طراحی شده در این پژوهش از پشت سرهم قرار گرفتن شش تیغه کوارتز استفاده شده بود. برای توصیف هر تیغه از ماتریس جونز استفاده شده و نیز تأخیر فاز کلی سامانه را با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی تیرید بدست آوردند. در سال ۲۰۰۸ برای طراحی سامانه آکرومات از روش مونت کارلو و الگوریتم شبیه‌سازی شده تیرید استفاده شد [۱۷]. در این پژوهش تنظیمات بهینه شده برای تأخیر فازهای ۹۰ و ۱۸۰ درجه، به ترتیب برای سه، شش و ده تیغه موج در بازه طول‌موجی ۱ تا ۱/۸ میکرومتر بدست آمد. در سال ۲۰۱۲ سها<sup>۴</sup> و همکارانش ترکیبی از چهار تیغه‌موج برای ساخت یک تیغه چارک‌موجی کمابیش آکرومات که تنها یک درجه خطا در طیف ۰/۵ تا ۰/۷ میکرومتر داشت، پیشنهاد کردند [۱۸]. آن‌ها از فرمول‌های مختصر و به نسبت ساده ماتریس جونز برای استخراج یک عبارت کلی برای تأخیر فاز این سامانه استفاده کردند. در طراحی این سامانه از تیغه‌هایی با جنس مشابه (کوارتز) استفاده شده بود.

<sup>1</sup> Achromat

<sup>2</sup> Hariharan

<sup>3</sup> Systematic

<sup>4</sup> Saha



در سال ۲۰۱۵ یک تیغه چارک موجی با استفاده از دو، سه و چهار تیغه موج در محدوده طیفی ۰/۵-۰/۷ و ۰/۴-۱ میکرومتر مورد مطالعه قرار گرفت که بیشینه اختلاف تأخیر فاز بدست آمده با استفاده از سامانه طراحی شده با سامانه ایده آل برای بازه‌های طول موجی موردنظر به ترتیب ۰/۰۱۳ و ۰/۰۱۰ درجه بود [۱۹]. طراحی آن‌ها بر اساس بهینه‌سازی یک تابع شایستگی (درجه آکرومات شدگی) بود که آن‌ها برای بدست آوردن این تابع شایستگی از رابطه‌های ماتریس جونز تیغه‌ها استفاده کرده بودند. درجه آکرومات شدگی، فاصله بین تأخیر فاز بدست آمده و تأخیر فاز موردنظر را اندازه‌گیری می‌کرد که با طیف نورتابشی وزن دار شده بود. با استفاده از این روش، ضخامت و زاویه تند هر تیغه نسبت به تیغه اول مشخص می‌شد. در سال ۲۰۱۷ ویلاس<sup>۱</sup> و همکارش یک روش تحلیلی خطی و جدید برای طراحی تأخیراندازهای آکرومات با استفاده از تیغه‌های موج پیشنهاد دادند [۲۰].

همچنین در سال ۲۰۱۷ یک سامانه چارک موجی آکرومات با استفاده از ۳ تیغه هم‌جنس کوآرتز در ناحیه طیفی ۱/۲۵-۱/۶۵ میکرومتر با استفاده از روش الگوریتم شبیه‌سازی شده تبرید طراحی شد. در این طراحی از ماتریس‌های جونز برای محاسبات تأخیر فاز تیغه‌ها استفاده و بیشینه اختلاف تأخیر فاز بدست آمده نسبت به تأخیر فاز موردنظر حدود ۱/۸ درجه گزارش شد. در سال ۲۰۱۹ ساسواتی<sup>۲</sup> و همکارانش مشابه کار انجام شده توسط ویلاس را برای ناحیه طیفی ۰/۸-۲ میکرومتر با استفاده از تیغه‌های سافایر، کلسیت، روتیل و کادمیم سلنید انجام و سامانه چارک موجی آکرومات متشکل از ۴ تیغه موج ارائه دادند [۲۱]. در این طراحی بیشینه اختلاف تأخیر فاز بدست آمده نسبت به تأخیر فاز موردنظر حدود دو درجه بود. در سال ۲۰۲۰ به منظور طراحی و بهینه‌سازی تیغه چارک موجی آکرومات سه عنصری در ناحیه ۱/۰-۱/۵ میکرومتر، از چهار الگوریتم هوشمند استفاده شد که بهترین نتایج مربوط به این الگوریتم‌ها به ترتیب شامل بهینه‌سازی ازدحام ذرات و پس از آن بهینه‌سازی کلونی مورچه‌ها، الگوریتم بازپخت شبیه‌سازی شده و الگوریتم ژنتیک بوده است [۲۲].

میانگین انحراف نسبی تأخیر فاز صفحه موج آکروماتیک بر اساس بهینه‌سازی جمعیت ذرات ۰/۸۷ درصد بدست آمده است. به تازگی تأخیر فاز پهن‌نوار در نواحی مرئی و مادون قرمز نزدیک (۰/۵۳۲-۰/۸ میکرومتر) با استفاده از بلورهای پروسکایت  $\text{Cs}_4\text{PbBr}_6$  تعبیه‌شده با نانوبلورهای  $\text{CsPbBr}_3$  پیشنهاد شده است [۲۳]. در مقاله دیگری، اهمیت فرامواد در طراحی صفحات موج تراهرتز و همچنین چشم‌اندازهای توسعه آینده مورد بحث قرار گرفته است [۲۴].

<sup>1</sup> Vilas

<sup>2</sup> Saswati

باتوجه به اهمیت سامانه‌های تأخیرانداز آکرومات که بصورت گسترده در تصویربرداری قطبشی، کلیدهای نوری، تصویربرداری هولوگرافی، نقشه‌برداری نجومی و سایر زمینه‌ها کاربرد دارند، در این پژوهش سعی شده است بهترین نتایج نسبت به کارهای قبلی با ترکیبی از تیغه‌های دو شکستی برای سامانه‌های تأخیرانداز آکرومات متشکل از دو، سه و چهار تیغه موج در ناحیه طیفی  $0.4-0.7 \mu\text{m}$  میکرومتر طراحی و گزارش شود. به‌همین منظور جنس تیغه‌ها از کوارتز، کلسیت و سافایر و ترکیبی از آن‌ها انتخاب شده است. برای نیل به اهداف پژوهش، در بخش‌های بعدی تئوری و قوانین حاکم بر این سامانه شرح داده می‌شود و تعدادی از الگوریتم‌های بهینه‌سازی این سامانه‌ها معرفی می‌شوند. الگوریتم‌های بهینه‌سازی با هم مقایسه و بهترین الگوریتم از نظر سرعت اجرا و کیفیت نتایج انتخاب می‌شود. با استفاده از این الگوریتم سامانه‌های تأخیرانداز آکرومات طراحی و بهترین سامانه معرفی می‌شود. پایداری سامانه‌های طراحی شده در اطراف ناحیه طیفی  $0.4-0.7 \mu\text{m}$  میکرومتر بررسی و در نهایت برای تیغه‌ها مقداری خطای ساخت در نظر گرفته می‌شود و کارایی این سامانه‌ها باتوجه‌به این میزان خطا بررسی می‌شود.

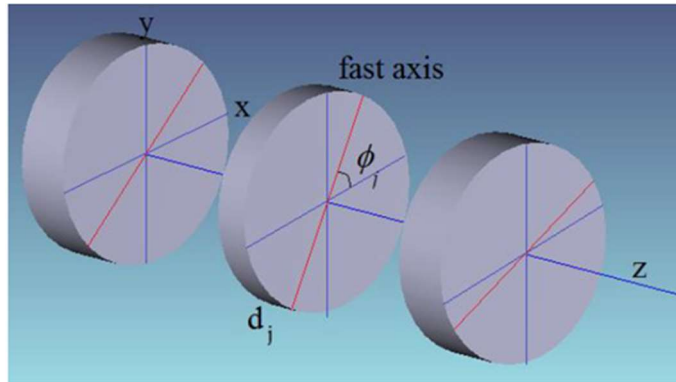
## ۲. مبانی نظری طراحی

هنگامی که نور غیر قطبیده از یک قطبنده خطی عبور کند، قطبنده خطی تمام یا بیشتر نوسان‌های میدان الکتریکی نور فرودی را در یک راستای مشخص به صورت گزینشی حذف می‌کند، درحالی‌که ارتعاش‌های راستای عمود را عبور می‌دهد. میدان الکتریکی نور قطبیده خطی هنگام عبور از تأخیرانداز فاز به دو مؤلفه عمود بر هم، در راستاهای محور تند و کند تیغه تجزیه می‌شود. در صورتی که زاویه محور تراگسیل قطبنده خطی با جهت قطبش نور و همچنین جنس و ضخامت این تأخیرانداز در یک طول موج ویژه به‌درستی انتخاب شود، هنگام خارج شدن نور از تأخیرانداز فاز، مؤلفه‌های عمود بر هم میدان الکتریکی می‌توانند با هم اختلاف فاز  $90^\circ$  درجه داشته باشند. چنین تأخیر فازی را "تیغه چارک موجی" می‌نامند. برای تجزیه و تحلیل قطبنده‌ها، شامل قطبنده خطی، تأخیرانداز فاز و غیره، می‌توان از روابط ماتریس جونز استفاده کرد.

بلورهای دوشکستی دارای دو ضریب شکست هستند که سبب ایجاد شکست دوگانه در پرتو می‌شوند. از این بلورها می‌توان به عنوان تأخیرانداز فاز استفاده کرد. برای ایجاد تأخیر فاز  $90^\circ$  درجه در یک ناحیه طیفی از ترکیب چند تیغه موج استفاده می‌شود که با مشخص کردن ضخامت و زوایای بین محورهای تند این تیغه‌ها می‌توان سامانه تأخیرانداز آکرومات را طراحی کرد. برای این کار از الگوریتم‌های بهینه‌سازی استفاده می‌شود. الگوریتم‌های بهینه‌سازی در نرم‌افزار MATLAB



موجود هستند و می توان از آن ها استفاده کرد. اگرچه الگوریتم ها بایستی با هم مقایسه و بهترین آن ها از نظر سرعت اجرا و کیفیت نتایج بدست آمده، انتخاب شود. در شکل (۱) یک سامانه متشکل از سه تیغه موج نشان داده شده است که برای تبدیل آن به سامانه آکرومات بایستی ضخامت، جنس و زاویه ی بین محورهای تند تیغه ها مشخص شود.



شکل ۱ شماتیک سامانه آکرومات متشکل از سه تیغه دوشکستی هم محور.

اگر تعداد بلورهای دوشکستی  $j$  باشد و ماتریس جونز هر بلور دوشکستی را به صورت زیر در نظر بگیریم:

(۱)

$$C_j(\varphi_j, \delta_j) = \begin{bmatrix} \cos \frac{\varphi_j}{2} + i \sin \frac{\varphi_j}{2} \cos 2\delta_j & i \sin \frac{\varphi_j}{2} \sin 2\delta_j \\ i \sin \frac{\varphi_j}{2} \sin 2\delta_j & \cos \frac{\varphi_j}{2} - i \sin \frac{\varphi_j}{2} \cos 2\delta_j \end{bmatrix}$$

بنابراین ماتریس جونز کل سامانه برابر خواهد بود با:

$$M = C_N(\varphi_N, \delta_N) \cdots C_1(\varphi_1, \delta_1) = \prod_j C_j(\varphi_j, \delta_j) \quad (2)$$

که در آن،  $\varphi_j$  زاویه بین محور سریع بلور دوشکستی نسبت به اولین تیغه است و تأخیر فاز هر کدام از بلورهای دوشکستی از رابطه زیر بدست می آید:

$$\delta_j = \frac{2\pi}{\lambda} \times N\lambda = \pm \frac{2\pi d_j (n_e - n_o)_j}{\lambda} \quad (3)$$

که در آن،  $(n_e - n_o)_z$  اختلاف ضریب شکست عادی و غیرعادی در بلور دوشکستی،  $d_z$  ضخامت بلور  $z$ ام و  $\lambda$  طول موج نور تابشی است. ضریب شکست عادی (زیرنویس  $o$ ) و غیرعادی (زیرنویس  $e$ ) بلورهایی چون کلسیت، سافایر و کوارتز از رابطه سلمایر پیروی می‌کنند [۲۵].

$$n_{o,e}^2 = A_{o,e} + \frac{B_{o,e}}{\lambda^2 - C_{o,e}} + \frac{D_{o,e}\lambda^2}{\lambda^2 - F_{o,e}} \quad (۴)$$

مقادیر ضرایب موجود در رابطه‌ی (۴) برای بلورهای استفاده شده در طراحی، در جدول (۱) نوشته شده است.

جدول ۱ مقادیر ضرایب موجود در رابطه سلمایر برای بلورهای کوارتز، سافایر و کلسیت [۲۵].

| مقادیر ضرایب | کلسیت        | سافایر       | کوارتز       |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $A_o$        | ۱/۷۳۳۵۸۷۴۹   | ۱/۶۲۵۷۵۸۴۵   | ۱/۲۸۶۰۴۱۴۱   |
| $B_o$        | ۰/۹۶۴۶۴۳۴۵   | ۱/۴۵۷۲۲۱۰۰   | ۱/۰۷۰۴۴۰۸۳   |
| $C_o$        | ۰/۰۱۹۴۳۲۵۲۰۳ | ۰/۰۱۱۳۳۴۶۷۳۵ | ۰/۰۱۰۰۵۸۵۹۹۷ |
| $D_o$        | ۱/۸۲۸۳۱۴۵۴   | ۶/۶۷۶۰۴۱۵۴   | ۱/۱۰۲۰۲۲۴۲   |
| $F_o$        | ۱۲۰          | ۴۰۰          | ۱۰۰          |
| $A_e$        | ۱/۳۵۸۵۹۶۹۵   | ۱/۵۸۰۸۸۱۳۹   | ۱/۲۸۸۵۱۸۰۴   |
| $B_e$        | ۰/۸۲۴۲۷۸۳۰   | ۱/۴۷۳۸۳۶۶۱   | ۱/۰۹۵۰۹۹۲۴   |
| $C_e$        | ۰/۰۱۰۶۶۸۹۵۴۳ | ۰/۰۱۱۰۴۳۴۰۷۴ | ۰/۰۱۰۲۱۰۱۸۶۴ |
| $D_e$        | ۰/۱۴۴۲۹۱۲۸   | ۶/۵۴۳۹۳۲۵۱   | ۱/۱۵۶۶۲۴۷۵   |
| $F_e$        | ۱۲۰          | ۴۰۰          | ۱۰۰          |

می‌توان ماتریس  $M$  را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ -B^* & A^* \end{pmatrix} \quad (۵)$$

از این رو، تأخیر فاز ناشی از انتقال درون تیغه،  $\varphi$ ، از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۶]:

$$\tan^2 \frac{\varphi}{2} = \frac{\text{Im}(A)^2 + \text{Im}(B)^2}{\text{Re}(A)^2 + \text{Re}(B)^2} \quad (۶)$$

کارایی یک سامانه اپتیکی در ایجاد حالت آکرومات را می‌توان با استفاده از رابطه (۷) محاسبه کرد که آن را "درجه آکرومات‌شدگی" نامیده و با نماد  $ACD$  نشان می‌دهیم. این تابع شایستگی را





می توان به صورت اختلاف تأخیر فاز سامانه،  $\varphi_0$ ، و تأخیر فاز موردنظر،  $\varphi$ ، تعریف کرد که با استفاده از طیف  $g(\lambda)$  وزن دار شده است.

$$ACD = \frac{\sqrt{\int_{\Omega} |\varphi - \varphi_0|^2 g(\lambda) d\lambda}}{\sqrt{\int_{\Omega} g(\lambda) d\lambda}} \quad (7)$$

در اینجا  $\Omega$  بازه طول موجی موردنظر است. بیشترین مقدار آکرومات زمانی بدست می آید که  $ACD$  به مقدار کمینه خود یعنی صفر برسد. درجه آکرومات شدگی به ضخامت تیغه‌ها، جنس مواد و زاویه بین محور تند هر تیغه نسبت به محور تند تیغه اول وابسته است. بنابراین برای بهینه‌سازی درجه آکرومات شدگی باید کمیت‌ها را تغییر داد تا سامانه آکرومات بهینه را بدست آورد. در پژوهش حاضر، با توجه به اینکه کل ناحیه طیفی دارای یک اهمیت است، در نتیجه  $g(\lambda)$  برابر یک انتخاب می‌شود.

در این پژوهش الگوریتم‌های بهینه‌سازی، ژنتیک، تبرید شبیه‌سازی شده، شبه نیوتن و نلدرمید از نظر زمان اجرا و کیفیت نتایج بدست آمده، با هم مقایسه می‌شود. سپس بهترین الگوریتم انتخاب و ۸۵ سامانه آکرومات متشکل از دو، سه و چهار تیغه‌موج از جنس‌های کوارتز، سافایر و کلسیت در ناحیه طیفی ۰/۷-۰/۴ میکرومتر طراحی و بهینه‌سازی خواهد شد. با استفاده از طراحی انجام شده، مقدار آکرومات شدگی و نیز کمیت‌های ضخامت و زاویه محورهای تند هر تیغه نسبت به دیگری بدست خواهد آمد. با مقایسه نتایج بدست آمده، سامانه‌هایی که کمترین مقدار آکرومات شدگی را دارند، معرفی خواهند شد.

### ۳. انتخاب روش طراحی

الگوریتم‌های بیان شده در نسخه R2020a نرم‌افزار MATLAB موجود در لپ‌تاپ با پردازشگر ۸ هسته‌ای با بسامد ۱/۳ GHz و ۶GB حافظه داخلی مورد بررسی قرار گرفت. این الگوریتم‌ها برای بهینه‌سازی نیاز به تعریف نقطه شروع دارند تا کمیت‌های مختلف تیغه‌ها را در اطراف نقاط شروع مورد بررسی قرار دهند و مقادیری که به‌ازای آن، کمترین مقدار  $ACD$  بدست می‌آید را انتخاب نمایند. از این‌رو، ابتدا ۱۰۰۰ نقطه شروع برای اجرای هر کدام از این الگوریتم‌ها تعریف شد تا متغیرهای ضخامت و زاویه محور تند هر تیغه نسبت به تیغه اول بدست آیند. زمان اجرای هر کدام از الگوریتم‌ها برای سامانه تأخیرانداز متشکل از سه تیغه‌موج از جنس کوارتز اجرا و کمترین زمان

مورد نیاز برای بهینه‌سازی را الگوریتم شبه‌نیوتن ( $fminunc$ ) با ۴۹ ثانیه و بیشترین زمان را الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده ( $simulated\ annealing$ ) با زمان ۱۹۰۷ ثانیه داشت. همچنین کمینه مقدار  $ACD$  بدست آمده برای الگوریتم‌های الگوریتم شبه‌نیوتن و نلدر-مید برابر با ۰/۰۱۶۶ درجه بدست آمد که نسبت به الگوریتم‌های دیگر نتایج بهتری داشتند. جهت یافتن کمینه  $ACD$  تعریف ۱۰۰۰ نقطه شروع کافی نیست و با تعریف نقاط شروع بیشتر، نتایج بهتری بدست خواهد آمد. بنابراین نیاز به تعریف نقاط شروع بسیار بیشتری است و زمان محاسبات بسیار بیشتر از زمان اشاره خواهد شد. در نتیجه از میان چهار الگوریتم بیان شده، الگوریتم شبه‌نیوتن ( $fminunc$ ) انتخاب و در بخش‌های بعد، از این الگوریتم استفاده خواهد شد.

در ادامه این پژوهش، منظور از سامانه‌های آکرومات، سامانه‌های تأخیرانداز چارک موجی آکرومات است. همچنین برای معرفی سامانه‌ها از اولین حرف تیغه‌ها استفاده خواهد شد، برای مثال در سامانه کوارتز (q)، سافایر (s) و کلسیت (c) که از سمت چپ به راست قرار گرفته باشند، qsc نام گذاری می‌شوند.

#### ۴. طراحی سامانه‌های چارک موجی آکرومات

##### ۱.۴ طراحی سامانه‌ی چارک موجی آکرومات با دو تیغه

کمیت‌های آزاد جهت طراحی سامانه‌های چارک موجی آکرومات، ضخامت تیغه‌ها ( $d_i$ ) و زاویه محور تند تیغه‌ها نسبت به محور تند تیغه اول ( $\phi_1$ ) است. بنابراین زاویه محور تند تیغه اول نسبت به خودش ( $\phi_1$ ) صفر است. از این رو، سامانه آکرومات متشکل از دو تیغه موج، دارای سه کمیت آزاد است که شامل ضخامت تیغه اول ( $d_1$ ) و دوم ( $d_2$ ) و نیز زاویه تند تیغه دوم نسبت به تیغه اول  $\phi_2$  می‌باشد. بازه جست‌وجو برای متغیر ضخامت در این پژوهش ۰-۳۰ میکرومتر و برای زاویه تند تیغه دوم نسبت به تیغه اول ۰-۹۰ درجه انتخاب شده است.

در این طراحی برای یافتن کمیت‌های تیغه‌ها و نیز کمینه  $ACD$  در ناحیه طیفی ۰/۷-۰/۴ میکرومتر برای سامانه‌های متشکل از دو تیغه موج از ۱۸۰۰۰ نقطه شروع برای هر کدام از سامانه‌ها استفاده شده است. کمترین مقدار  $ACD$  بدست آمده برای هر کدام از سامانه‌های آکرومات متشکل از دو تیغه موج و نیز مقادیر هر کدام از کمیت‌ها متناسب با کمترین  $ACD$ ، در جدول (۲) آمده است.

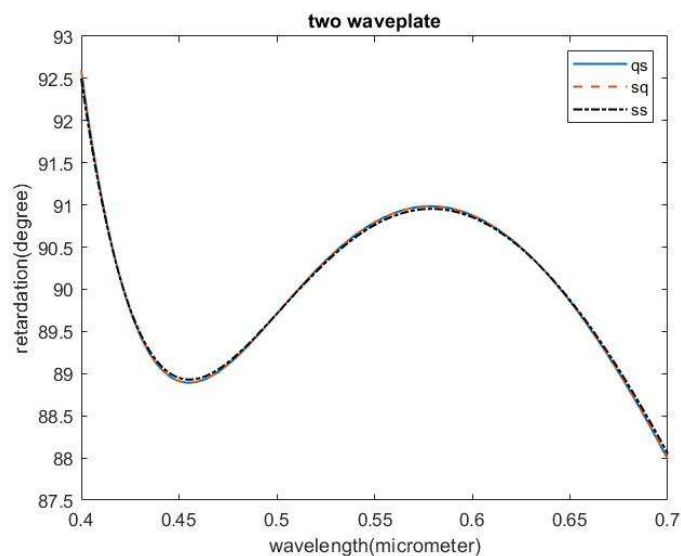
با توجه به جدول (۲)، کمترین  $ACD$  بدست آمده برای سامانه ss برابر با ۰/۸۵۴۴ درجه است که نسبت به سایر سامانه‌ها نتیجه بهتری است. پس از این سامانه، کمترین  $ACD$  بدست آمده مربوط به سامانه‌های qs و sq است که مقدار ۰/۸۸۳۶ درجه را نشان می‌دهند. در شکل (۲) تاخیر فاز



سامانه‌های بیان شده نسبت به طول موج در ناحیه طیفی طراحی شده رسم شده است. با توجه به اختلاف بسیار کم ACD برای این سه سامانه هر سه نمودار کمابیش روی هم افتاده‌اند.

**جدول ۲** مقادیر ضخامت و زوایای بدست آمده برای سامانه‌های آکرومات متشکل از دو تیغه موج طراحی شده در ناحیه طیفی ۰/۴-۰/۷ میکرومتر.

| نام سامانه | ACD (درجه) | $d_1$ (میکرومتر) | $d_2$ (میکرومتر) | $\phi_2$ (درجه) |
|------------|------------|------------------|------------------|-----------------|
| ss         | ۰/۸۵۴۴     | ۱۵/۴۱۸           | ۳۰/۸۱۵           | ۵۷/۸۴۶          |
| qs         | ۰/۸۸۳۶     | ۱۳/۸۵۰           | ۳۰/۹۷۴           | ۳۱/۴۶۰          |
| sq         | ۰/۸۸۳۶     | ۳۰/۹۷۴           | ۱۳/۸۵۰           | ۳۱/۴۶۰          |
| sc         | ۰/۹۰۳۸     | ۳۱/۱۸۹           | ۰/۷۳۳            | ۵۹/۱۸۶          |
| cs         | ۰/۹۰۳۸     | ۰/۷۳۳            | ۳۱/۱۸۹           | ۱۲۰/۸۱۴         |
| qq         | ۰/۹۷۶۴     | ۱۳/۷۳۵           | ۱/۴۳۴            | ۱۵/۴۱۸          |
| cq         | ۱/۰۰۱۸     | ۰/۷۲۵            | ۲۷/۶۱۵           | ۳۱/۷۶۱          |
| qc         | ۱/۰۰۱۸     | ۲۷/۶۱۵           | ۰/۷۲۵۳           | ۳۱/۷۶۱          |
| cc         | ۱/۰۹۹۲     | ۲۷/۴۴۷           | ۰/۷۱۸            | ۳۰/۸۱۵          |



**شکل ۲** تأخیر فاز سامانه‌های qs، sq و ss تأخیر فاز سامانه‌های qs، sq و ss برحسب طول موج در ناحیه طیفی ۰/۴-۰/۷ میکرومتر.

## ۲.۴ طراحی سامانه‌ی چارک موجی آکرومات با سه تیغه

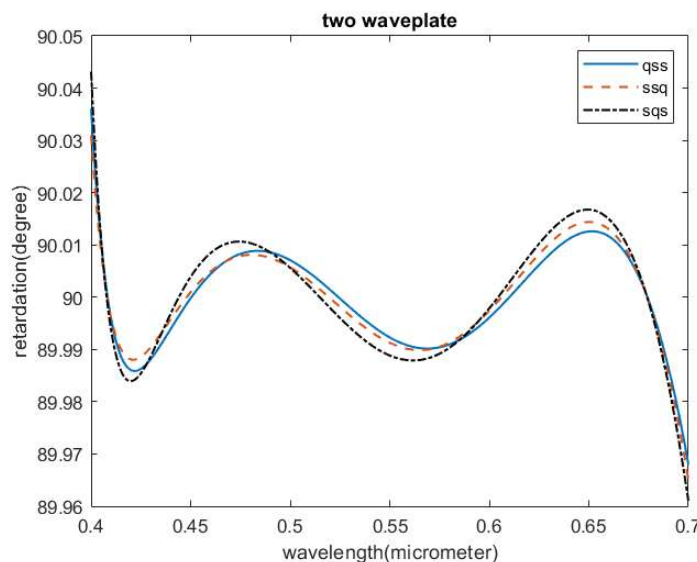
سامانه آکرومات متشکل از سه تیغه دارای پنج متغیر شامل ضخامت تیغه اول، دوم و سوم و نیز زاویه تند تیغه دوم و سوم نسبت به تیغه اول است. در این طراحی برای یافتن کمیت‌های این سامانه‌ها و نیز کمینه  $ACD$  از حدود ۲۱۰۰۰ نقطه شروع برای هر کدام از سامانه‌ها استفاده شده است. کمترین مقدار  $ACD$  بدست آمده و نیز مقادیر هر کدام از کمیت‌ها برای سامانه‌های متشکل از سه تیغه موج متشکل از بلورهای دوشکستی کوارتز، کلسیت و سافایر متناسب با کمترین  $ACD$  برای ناحیه طیفی ۰/۴-۰/۷ میکرومتر، در جدول (۳) نشان داده شده است.

**جدول ۳** مقادیر ضخامت و زوایای بدست آمده برای سامانه‌های آکرومات متشکل از سه تیغه موج طراحی شده برای ناحیه طیفی ۰/۴-۰/۷ میکرومتر.

| نام سامانه | $ACD$ (درجه) | $d_1$ (میکرومتر) | $d_2$ (میکرومتر) | $d_3$ (میکرومتر) | $\phi_2$ (درجه) | $\phi_3$ (درجه) |
|------------|--------------|------------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|
| qss        | ۰/۰۰۹۴       | ۱۳/۵۳۵           | ۶۰/۳۵۴           | ۳۰/۱۱۲           | ۲۰/۱۸۶          | ۸۸/۴۱۵          |
| ssq        | ۰/۰۰۹۴       | ۲۹/۹۸۹           | ۶۰/۱۱۲           | ۱۳/۴۸۰           | ۱۱۱/۷۷۸         | ۹۱/۵۹۴          |
| sqs        | ۰/۰۱۱۵       | ۳۰/۲۴۷           | ۵۳/۶۰۰           | ۱۴/۷۶۷           | ۲۱/۷۰۳          | ۱۷۹/۵۱۹         |
| sqq        | ۰/۰۱۱۵       | ۲۹/۵۴۱           | ۵۲/۳۹۴           | ۱۲/۹۴۱           | ۱۵۷/۶۳۱         | ۸۹/۳۸۰          |
| qqs        | ۰/۰۱۱۵       | ۱۲/۸۹۹           | ۵۲/۲۲۱           | ۲۹/۴۴۸           | ۱۱۱/۷۵۱         | ۸۹/۳۷۳          |
| sss        | ۰/۰۱۲۴       | ۱۵/۳۰۹           | ۶۱/۲۴۰           | ۳۰/۶۲۰           | ۶۹/۳۱۹          | ۰/۴۳۶           |
| qqc        | ۰/۰۱۴۱       | ۲۶/۷۸۰           | ۵۳/۷۰۵           | ۰/۷۰۸            | ۶۸/۲۷۸          | ۸۸/۵۱۶          |
| qcq        | ۰/۰۱۶۲       | ۲۶/۸۱۴           | ۲/۷۸۴            | ۱۲/۹۹۶           | ۲۱/۷۹۱          | ۱۷۹/۷۵۸         |
| qcs        | ۰/۰۱۶۳       | ۱۲/۳۰۸           | ۲/۶۵۶            | ۲۸/۹۰۵           | ۳۳۶/۸۲۵         | ۲۶۹/۶۶۵         |
| qqq        | ۰/۰۱۶۶       | ۲۷/۲۸۸           | ۵۴/۵۷۴           | ۱۳/۶۴۲           | ۶۸/۸۱۵          | ۰/۵۱۰           |
| qsq        | ۰/۰۱۷۸       | ۲۷/۷۵۹           | ۶۲/۶۷۷           | ۱۴/۳۱۰           | ۲۰/۴۳۱          | ۱/۳۲۶           |
| scq        | ۰/۰۱۹۹       | ۱۴/۷۰۲           | ۲/۸۲۴            | ۲۷/۲۲۶           | ۶۷/۵۴۹          | ۸۸/۷۱۸          |
| cqc        | ۰/۰۲۳۳       | ۱/۴۵۸            | ۵۶/۱۳۱           | ۰/۷۵۵            | ۲۰/۴۶۶          | ۱/۱۱۷           |
| qsc        | ۰/۰۲۹۲       | ۱۵/۱۳۶           | ۶۴/۷۵۲           | ۱/۴۹۵            | ۱۸/۲۵۳          | ۸۹/۲۰۹          |
| ccs        | ۰/۰۳۱۸       | ۱/۴۵۱            | ۲/۸۹۰            | ۱۵/۲۵۴           | ۶۹/۷۹۰          | ۱/۳۳۹           |
| css        | ۰/۰۳۲۴       | ۶/۵۳۶            | ۱۷۶/۲۷۰          | ۱۹/۸۵۶           | ۸۹/۸۲۰          | ۲۰۴/۸۶۱         |
| cqs        | ۰/۰۳۳۱       | ۱/۴۷۲            | ۵۳/۳۸۸           | ۱۵/۹۷۶           | ۱۹/۴۹۱          | ۱۷۹/۱۹۴         |
| scs        | ۰/۰۳۴۵       | ۴۸/۴۰۴           | ۱/۵۵۱            | ۳۰/۸۰۷           | ۹۴/۴۵۴          | ۱۳۱/۴۴۸         |
| sqc        | ۰/۰۳۷۸       | ۳۱/۴۰۵           | ۲۶/۰۵۳           | ۲/۱۱۱            | ۱۲۲/۰۵۷         | ۱۲۷/۹۲۸         |



| نام سامانه | $AcD$ (درجه) | $d_1$ (میکرومتر) | $d_2$ (میکرومتر) | $d_3$ (میکرومتر) | $\phi_2$ (درجه) | $\phi_3$ (درجه) |
|------------|--------------|------------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|
| ssc        | ۰/۰۳۹۳       | ۶۰/۶۹۱           | ۳۰/۰۰۹           | ۰/۷۱۵            | ۸۴/۵۷۱          | ۴۴/۹۸۸          |
| cqq        | ۰/۰۴۲۳       | ۲/۱۰۹            | ۲۶/۲۸۱           | ۲۷/۶۳۵           | ۱۷۳/۸۱۶         | ۱۴۰/۶۵۱         |
| csq        | ۰/۰۴۸۳       | ۰/۷۰۴            | ۲۹/۹۸۰           | ۵۳/۶۴۹           | ۱۳۸/۳۶۱         | ۱۳۲/۴۱۲         |
| csc        | ۰/۰۵۲۲       | ۰/۸۷۱            | ۱۳۳/۴۰۴          | ۴/۵۹۹            | ۶۴/۲۹۸          | ۱۵۳/۷۳۷         |
| qcc        | ۰/۰۵۲۹       | ۱۳/۶۳۰           | ۴/۲۹۵۶           | ۲/۸۶۹            | ۱۴۰/۱۵۰         | ۵۴/۵۵۹          |
| scc        | ۰/۰۵۸۳       | ۳۰/۵۸۸           | ۱/۴۸۷            | ۰/۷۰۴۵           | ۶۹/۸۶۷          | ۳۲/۵۰۴          |
| ccq        | ۰/۰۶۵۰       | ۰/۷۰۳            | ۱/۴۶۳            | ۲۷/۲۱۳           | ۳۵/۰۳۷          | ۵۵/۱۷۸          |
| ccc        | ۱/۰۹۷۷       | ۷۲/۳۵۷           | ۷۳/۰۷۵           | ۱/۴۳۴            | ۸۹/۹۱۳          | ۳۲/۶۴۱          |



شکل ۳ تأخیر فاز سامانه‌های qss، ssq و sqs بر حسب طول موج در ناحیه طیفی ۰/۴ - ۰/۷ میکرومتر.

در شکل (۳) تأخیر فاز سامانه‌های qss، ssq و sqs بر حسب طول موج در ناحیه طیفی ۰/۴ - ۰/۷ میکرومتر رسم شده است. همانطور که از شکل (۳) مشخص است، تأخیر فاز سامانه‌های رسم شده بسیار به تأخیر فاز ۹۰ درجه در سراسر ناحیه طیفی مورد نظر نزدیک شده است و بیشینه اختلاف فاز مشاهده شده حدود ۰/۰۴ درجه در ناحیه ابتدا و انتهای طیف مرئی است.

در این پژوهش تمامی ۲۷ حالت سامانه‌های آکرومات متشکل از سه تیغه‌موج شامل تیغه‌های کوارتز، سافایر و کلسیت بررسی شد و از مقایسه این سامانه‌ها می‌توان به این نتیجه رسید که سامانه‌های QSS و SSQ که دارای درجه آکرومات‌شدگی ۰/۰۰۹۴ هستند، کمترین درجه آکرومات‌شدگی را دارند. همچنین تمامی سامانه‌های آکرومات طراحی شده متشکل از سه تیغه‌موج بجز CCC دارای درجه آکرومات‌شدگی‌های کمتری نسبت به سامانه‌های متشکل از دو تیغه‌موج هستند. حال با افزودن یک تیغه دیگر و طراحی سامانه‌های متشکل از چهار تیغه‌موج باید دید آیا درجه‌های آکرومات‌شدگی کمتری می‌توان بدست آورد یا خیر.

### ۳.۴ طراحی سامانه‌ی چارک موجی آکرومات با چهار تیغه

از مقایسه درجه آکرومات‌شدگی سامانه‌های آکرومات متشکل از سه تیغه‌موج به این نتیجه می‌توان رسید که از میان ۸ سامانه‌ای که کمترین درجه آکرومات‌شدگی را دارند، هیچ سامانه‌ای شامل تیغه کلسیت نیست و همچنین از میان ۱۲ سامانه دارای کمترین درجه آکرومات‌شدگی، هیچ کدام از این سامانه‌ها شامل دو تیغه کلسیت نیست. بنابراین در طراحی سامانه‌های آکرومات متشکل از چهار تیغه موج، با توجه به تعداد زیاد حالت‌های ممکن برای طراحی، سامانه‌های دارای بیش از دو تیغه کلسیت مورد بررسی قرار نگرفتند.

سامانه آکرومات متشکل از چهار تیغه دارای هفت متغیر ضخامت تیغه اول، دوم، سوم و چهارم و نیز زاویه تند تیغه دوم، سوم و چهارم نسبت به تیغه اول است. در این طراحی برای یافتن کمیت‌های تیغه‌ها و نیز کمینه ACD از حدود ۲۴۰۰۰ نقطه شروع برای هر کدام از سامانه‌ها استفاده شد. کمترین مقدار ACD بدست آمده برای هر کدام از سامانه‌های متشکل از چهار تیغه موج با استفاده از بلورهای دوشکستی کوارتز، کلسیت و سافایر و نیز مقادیر هر کدام از کمیت‌ها متناسب با کمترین ACD، در جدول (۴) نشان داده شده است.

**جدول ۴** مقادیر ضخامت و زوایای بدست آمده برای سامانه‌های آکرومات طراحی شده متشکل از چهار تیغه موج در ناحیه طیفی ۰.۴-۰.۷ میکرومتر.

| نام سامانه | ACD (درجه) | $d_1$ (میکرومتر) | $d_2$ (میکرومتر) | $d_3$ (میکرومتر) | $d_4$ (میکرومتر) | $\phi_2$ (درجه) | $\phi_3$ (درجه) | $\phi_4$ (درجه) |
|------------|------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| ssss       | ۰/۰۰۰۵     | ۱۵/۱۸۳           | ۳۰/۳۶۵           | ۱۵۱/۸۳           | ۹۱/۰۹۵           | ۴۵/۰۵۷          | ۳۵/۸۷۷          | ۵۲/۹۰۴          |
| sss        | ۰/۰۰۰۹     | ۹۳/۶۷۹           | ۱۵۵/۹۲           | ۳۱/۰۶۱           | ۱۳/۹۰۷           | ۸۸/۷۰۹          | ۸/۲۹۱           | ۱۴۳/۴۸          |
| qqq        | ۰/۰۰۱۳     | ۱۳/۵۹۱           | ۱۰۸/۷۳           | ۱۳۵/۹۱           | ۵۴/۳۶۴           | ۴۶/۳۲۴          | ۱۳۷/۰۵          | ۳۹/۲۷۸          |
| sqs        | ۰/۰۰۱۵     | ۱۴/۱۳۴           | ۲۵/۰۶۷           | ۵۶/۵۷۸           | ۷۵/۲۶۱           | ۳۲/۲۱۱          | ۱۲/۲۹۲          | ۱۵/۳۵۴          |



| نام<br>سامانه | AcD<br>(درجه) | d <sub>1</sub><br>(میکرومتر) | d <sub>2</sub><br>(میکرومتر) | d <sub>3</sub><br>(میکرومتر) | d <sub>4</sub><br>(میکرومتر) | ϕ <sub>2</sub><br>(درجه) | ϕ <sub>3</sub><br>(درجه) | ϕ <sub>4</sub><br>(درجه) |
|---------------|---------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| qqs           | ۰/۰۰۱۵        | ۱۴/۳۹۷                       | ۲۷/۱۸۹                       | ۹۴/۶۲۸                       | ۱۳/۹۷۱                       | ۲۵/۱۱۳                   | ۲۹/۴۵۵                   | ۵۳/۶۴۸                   |
| qsc           | ۰/۰۰۱۷        | ۱۲/۷۱۲                       | ۵۵/۹۱۳                       | ۱/۳۵۸                        | ۳۸/۴۲۸                       | ۱۵۴/۰۴                   | ۱۲۹/۹۴                   | ۱۲۴/۸۲                   |
| sqq           | ۰/۰۰۱۸        | ۸۹/۶۸۲                       | ۵۲/۹۲۴                       | ۲۶/۷۱۸                       | ۱۳/۲۲۳                       | ۱۷۸/۰۷                   | ۱۱۴/۴۰                   | ۱۷۶/۹۵                   |
| qqs           | ۰/۰۰۲۰        | ۱۴/۹۵۶                       | ۲۶/۸۱۰                       | ۹۲/۵۳۸                       | ۱۵/۲۹۴                       | ۲۴/۷۷۴                   | ۲۸/۶۳۴                   | ۱۴۲/۷۱                   |
| qss           | ۰/۰۰۲۳        | ۵۳/۶۱۲                       | ۳۰/۳۵۸                       | ۶۰/۶۳۰                       | ۱۵/۰۰۳                       | ۹۹/۰۸۴                   | ۱۰/۲۲۷                   | ۵۶/۲۰۷                   |
| ssq           | ۰/۰۰۲۴        | ۸۸/۹۷۵                       | ۱۴۸/۷۶                       | ۲۶/۴۳۸                       | ۱۴/۹۸۹                       | ۸۸/۷۴۰                   | ۹۷/۱۶۵                   | ۵۰/۷۲۲                   |
| ssq           | ۰/۰۰۲۴        | ۱۴/۹۵۶                       | ۶۱/۸۷۴                       | ۲۸/۰۶۳                       | ۵۳/۴۵۶                       | ۴۷/۳۶۹                   | ۴۸/۳۹۳                   | ۵۸/۰۶۴                   |
| qsq           | ۰/۰۰۲۴        | ۱۳/۴۷۸                       | ۳۰/۴۵۴                       | ۲۷/۷۵۰                       | ۸۱/۷۳۹                       | ۱۳۶/۰۶                   | ۵۵/۳۹۶                   | ۳۳/۵۴۸                   |
| sqqs          | ۰/۰۰۲۵        | ۶۲/۴۳۱                       | ۲۷/۷۳۲                       | ۶۱/۰۰۰                       | ۷۶/۶۲۳                       | ۱۷۳/۶۲                   | ۱۳۱/۵۰                   | ۴۰/۵۲۸                   |
| qqs           | ۰/۰۰۲۵        | ۵۲/۷۵۷                       | ۲۸/۴۳۶                       | ۶۱/۸۲۳                       | ۰/۶۸۹                        | ۱۶۹/۴۶                   | ۱۶۸/۲۹                   | ۱۲۰/۶۵                   |
| qqq           | ۰/۰۰۲۶        | ۱۳/۷۲۶                       | ۲۶/۷۶۵                       | ۲۶/۶۳۴                       | ۹۰/۸۳۸                       | ۴۱/۱۲۱                   | ۴۸/۵۵۹                   | ۴۹/۴۵۵                   |
| sqq           | ۰/۰۰۲۶        | ۳۰/۸۶۳                       | ۵۵/۰۲۰                       | ۱۰۹/۷۶                       | ۱۵/۰۸۵                       | ۱۰۸/۱۰                   | ۱۶/۵۱۲                   | ۱۷۱/۹۱                   |
| qss           | ۰/۰۰۲۶        | ۶۶/۶۹۳                       | ۴۰/۱۲۶                       | ۱۳۱/۳۴                       | ۵/۳۸۸                        | ۱۷۷/۱۱                   | ۱۳۳/۷۷                   | ۲۲۳/۶۹                   |
| qsq           | ۰/۰۰۲۸        | ۱۵/۱۷۱                       | ۱۸۲/۰۲                       | ۱۰۵/۹۵                       | ۳۰/۸۵۸                       | ۱۶/۸۰۸                   | ۱۶/۶۷۳                   | ۸۵/۵۰۴                   |
| qss           | ۰/۰۰۳۰        | ۱۴/۱۳۵                       | ۲۹/۷۲۳                       | ۳۰/۱۱۱                       | ۲۷/۳۸۱                       | ۶۵/۸۱۶                   | ۱۷۰/۷۴                   | ۱۲۹/۹۴                   |
| cqq           | ۰/۰۰۳۶        | ۰/۷۸۴                        | ۲۹/۴۸۹                       | ۸۶/۹۱۷                       | ۳۲/۲۷۱                       | ۱۳/۷۹۰                   | ۱۵۰/۶۹                   | ۱۶۹/۵۵                   |
| css           | ۰/۰۰۳۷        | ۱/۱۶۲                        | ۶۰/۲۰۱                       | ۲۰۳/۸۱                       | ۱۷۱/۸۵                       | ۷۴/۳۳۳                   | ۱۱۴/۸۶                   | ۱۱۴/۸۶                   |
| scss          | ۰/۰۰۳۹        | ۲۷۸/۷۸                       | ۱۳/۳۲۹                       | ۲۲/۳۵۴                       | ۵۱/۷۸۸                       | ۹۰/۰۰۸                   | ۱۵۹/۸۰                   | ۱۱۰/۸۴                   |
| csq           | ۰/۰۰۴۸        | ۰/۷۸۵                        | ۹۵/۷۹۱                       | ۲۸/۳۰۹                       | ۲۸/۲۰۸                       | ۷۱/۶۸۵                   | ۷۲/۴۳۷                   | ۹۴/۱۴۲                   |
| sssc          | ۰/۰۰۵۰        | ۴۹/۷۶۱                       | ۳۲/۰۸۲                       | ۱۰۶/۱۹                       | ۳/۳۷۱                        | ۹۶/۴۵۳                   | ۱۲۶/۰۱                   | ۳۷/۱۵۲                   |
| scs           | ۰/۰۰۵۳        | ۲۸/۱۴۳                       | ۲/۵۹۷                        | ۷۹/۹۴۸                       | ۸۳/۳۳۹                       | ۶۳/۴۹۲                   | ۸۴/۴۶۰                   | ۸۴/۷۵۲                   |
| csss          | ۰/۰۰۵۴        | ۲/۵۵۴                        | ۲۸/۱۲۸                       | ۸۵/۴۶۹                       | ۷۱/۶۰۰                       | ۸۰/۵۸۱                   | ۲۱۱/۶۲                   | ۱۲۳/۱۱                   |
| qcq           | ۰/۰۰۵۵        | ۱۲/۱۹۵                       | ۶/۹۱۸                        | ۱۵۷/۲۸                       | ۵۴/۸۳۲                       | ۱۳۱/۶۳                   | ۱۳۱/۴۶                   | ۱۲۱/۷۳                   |
| ssc           | ۰/۰۰۵۵        | ۴۸/۲۴۲                       | ۳۰/۹۳۱                       | ۷/۱۵۳                        | ۱۶۶/۵۸                       | ۹۴/۳۳۶                   | ۳۶/۰۵۲                   | ۳۶/۰۲۹                   |
| sqq           | ۰/۰۰۵۷        | ۵۴/۶۴۸                       | ۲۵/۸۳۶                       | ۷۵/۷۲۰                       | ۳/۳۱۵                        | ۱۷۳/۶۱                   | ۱۲۷/۶۴                   | ۱۲۸/۷۱                   |
| cqs           | ۰/۰۰۶۰        | ۰/۵۱۶                        | ۱۴۸/۲۸                       | ۱۰۴/۵۴                       | ۱۸/۱۴۶                       | ۳۰/۳۲۹                   | ۳۰/۴۲۳                   | ۱۴۲/۷۴                   |
| scq           | ۰/۰۰۶۰        | ۸۲/۱۳۲                       | ۴/۸۴۶                        | ۳۹/۸۱۱                       | ۱۳/۰۶۶                       | ۸۹/۱۴۶                   | ۷۱/۹۰۴                   | ۱۴/۸۴۰                   |
| sqc           | ۰/۰۰۶۰        | ۵۹/۶۳۶                       | ۷۹/۹۶۰                       | ۱/۳۵۲                        | ۱۳/۸۱۳                       | ۱۸۲/۷۷                   | ۱۶۰/۸۹                   | ۲۲۰/۰۳                   |
| qcs           | ۰/۰۰۶۱        | ۲۴/۴۰۲                       | ۶/۳۸۴                        | ۵۵/۶۳۴                       | ۱۳/۵۴۴                       | ۲۰/۶۹۴                   | ۱۰۹/۹۹                   | ۱۴۴/۰۴                   |
| qcs           | ۰/۰۰۶۳        | ۱۳/۷۵۰                       | ۲/۸۹۰                        | ۶۰/۱۴۶                       | ۸۱/۲۸۱                       | ۱۵۹/۸۱                   | ۱۷۹/۶۸                   | ۱۷۸/۷۹                   |



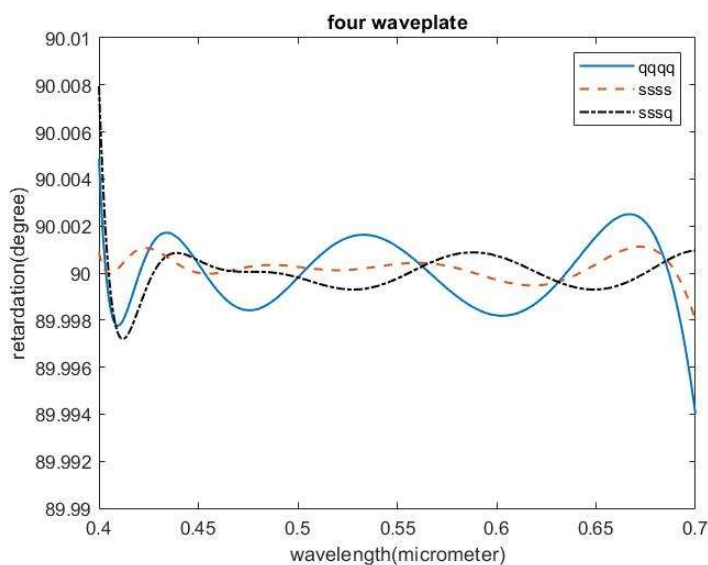
| نام سامانه | AcD (درجه) | $d_1$ (میکرومتر) | $d_2$ (میکرومتر) | $d_3$ (میکرومتر) | $d_4$ (میکرومتر) | $\phi_2$ (درجه) | $\phi_3$ (درجه) | $\phi_4$ (درجه) |
|------------|------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| qqc        | ۰/۰۰۶۳     | ۷۰/۹۹۴           | ۸۴/۰۶۴           | ۲/۸۰۳            | ۲۷/۰۰۱           | ۸۹/۸۹۰          | ۱۱۱/۸۳          | ۸۹/۴۸۳          |
| cqq        | ۰/۰۰۶۴     | ۱۲/۱۹۸           | ۲۶۴/۵۰           | ۳۲/۷۲۹           | ۱۵/۹۲۴           | ۱۸۰/۰۱          | ۱۳۸/۰۴          | ۶۴/۰۴۸          |
| sqc        | ۰/۰۰۶۵     | ۴۰/۷۵۸           | ۲۳/۸۱۵           | ۱/۲۸۶۸           | ۵۷/۵۵۴           | ۷/۶۵            | ۱۳۹/۷۷          | ۳۷/۹۳۷          |
| csq        | ۰/۰۰۶۵     | ۲/۶۸۳            | ۹۲/۳۶۴           | ۵۶/۱۴۰           | ۱۵/۱۷۲           | ۸۰/۶۱۱          | ۷۷/۱۲۶          | ۲۰۶/۰۵          |
| sqs        | ۰/۰۰۶۹     | ۱۵/۴۱۴           | ۲۷/۲۹۰           | ۶۱/۲۱۱           | ۱/۴۱۹            | ۱۱۵/۹۴          | ۱۱۷/۶۵          | ۹۲/۱۴۰          |
| cqs        | ۰/۰۰۷۷     | ۰/۷۶۰            | ۵۵/۵۴۴           | ۲۲۰/۲۹           | ۱۲۵/۸۰           | ۱۲۲/۸۹          | ۱۱۹/۸۳          | ۳۰/۷۹۶          |
| scq        | ۰/۰۰۸۰     | ۵۵/۶۵۳           | ۴/۲۳۸            | ۱۸.۲۳۵           | ۲۵.۵۸۶           | ۹۲.۷۶۰          | ۸۲.۳۱۳          | ۵۵/۶۳۵          |
| sscs       | ۰/۰۰۸۰     | ۴۳/۰۰۴           | ۲۹/۵۲۱           | ۶/۵۵۰            | ۱۱۳/۶۷           | ۱۰۱/۲۳          | ۱۴۵/۴۴          | ۵۵/۹۴۵          |
| qcq        | ۰/۰۰۸۸     | ۱۲/۸۱۶           | ۲/۷۴۶            | ۵۳/۰۳۷           | ۷۹/۵۰۳           | ۲۲/۱۱۱          | ۹۰/۲۹           | ۱۸۰/۵۸          |
| qsc        | ۰/۰۰۹۰     | ۵۳/۹۵۰           | ۴۲/۷۷            | ۷/۹۰۱            | ۱۸۶/۹۹           | ۱۷۶/۰۸          | ۳۸/۲۰           | ۱۲۸/۲۳          |
| qsq        | ۰/۰۰۹۳     | ۵۹/۷۴۰           | ۹۷/۹۴            | ۱۳۸/۸۰           | ۶/۵۴۶            | ۲/۴۳۰           | ۱۴۳/۲۴          | ۱۴۳/۳۴          |
| ssq        | ۰/۰۱۲۹     | ۱۹/۵۳۸           | ۱۴۱/۸            | ۴۹/۰۴۷           | ۷/۵۰۴            | ۱۱۶/۳۷          | ۲۶/۷۷۹          | ۲۶/۷۳           |
| qqq        | ۰/۰۱۴۴     | ۸۲/۴۲۲           | ۱۱۰/۱            | ۸۲/۷۵۲           | ۰/۷۱۸            | ۸۰/۲۷۷          | ۱۵۸/۳۲          | ۱۱۴/۹           |
| qqc        | ۰/۰۱۵۱     | ۱۵۲/۰۳           | ۱۶۴/۱            | ۲/۶۰۹            | ۲۸/۴۳۷           | ۹۰/۰۱۷          | ۱۱۳/۲۵          | ۰/۴۱۰           |
| ccc        | ۰/۳۰۰۹     | ۵/۷۲۳            | ۷/۱۵۱            | ۱۸۳/۲۹           | ۱۸۲/۵۸           | ۸۹/۰۰۹          | ۳۲/۰۴۸          | ۱۲۲/۰۲          |

باتوجه به جدول (۴) می‌توان بیان کرد که سامانه‌های SSSQ، SSSQ و qqqq به ترتیب با ۰/۰۰۰۵، ۰/۰۰۰۹ و ۰/۰۰۱۳ درجه دارای کمترین درجه آکرومات‌شدگی هستند. نتایج بدست آمده در مقایسه با نتایج مرجع [۷] عملکرد بهتری را نشان می‌دهند. در مرجع [۷] در ناحیه طیفی ۰/۵-۰/۷ میکرومتر، با استفاده از ۴ تیغه کوآرتز مقدار ACD برابر ۰/۰۰۱۵ درجه بدست آمده است. درحالی‌که در طراحی حاضر، با همان تعداد تیغه کوآرتز با وجود اینکه ناحیه طیفی ۰/۱ میکرومتر افزوده شد، مقدار ۰/۰۰۱۳ درجه بدست آمد. همچنین برای سامانه‌های SSSQ و SSSQ مقادیر ۰/۰۰۰۵ و ۰/۰۰۰۹ درجه بدست آمد که نشان می‌دهد استفاده از جنس سافایر، ترکیب چند تیغه‌موج با جنس‌های مختلف و روش طراحی‌های انجام شده منجر به نتایج بهتری شده است.

در شکل (۴) تأخیر فاز سامانه‌های qqqq، SSSQ و SSSQ برحسب طول موج در ناحیه طیفی ۰/۴-۰/۷ میکرومتر رسم شده است. بیشترین اختلاف فاز نسبت به ۹۰ درجه برای هر سه سامانه در شروع ناحیه طیف مرئی مشاهده می‌شود که مقدار ۰/۰۰۸ درجه است که مقدار بسیار خوب و قابل قبولی است.





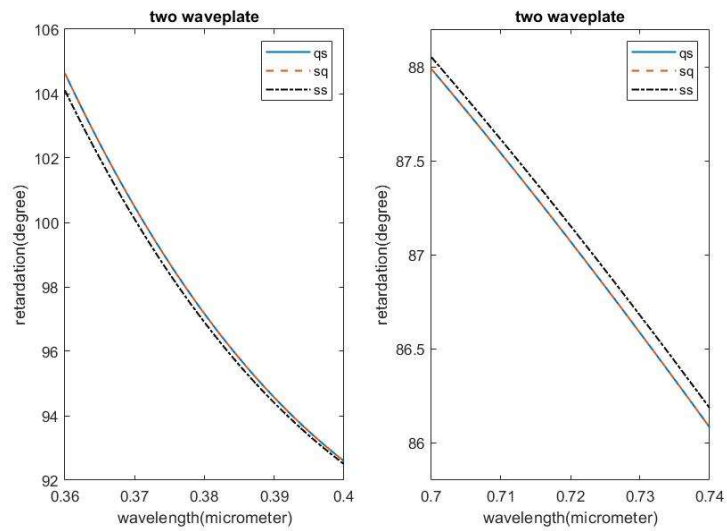


شکل ۴ تأخیر فاز سامانه‌های qqqq، ssss، و sssq بر حسب طول موج در ناحیه طیفی ۰/۷-۰/۴ میکرومتر.

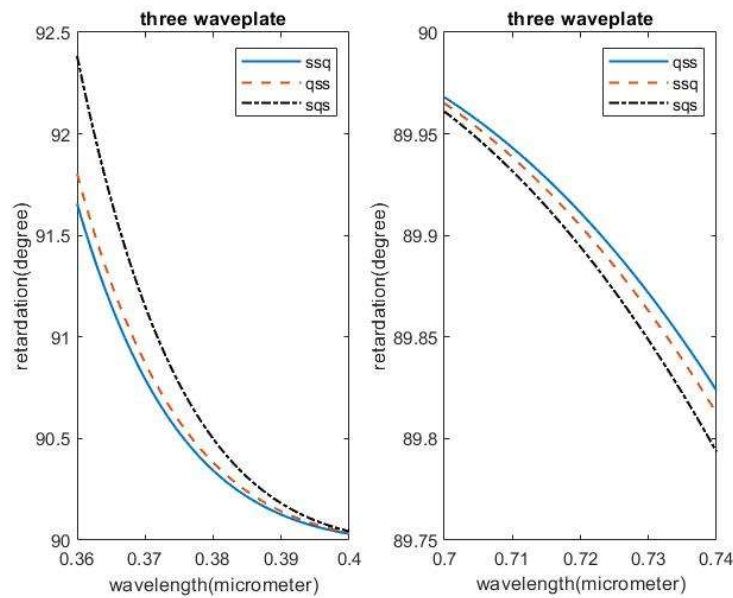
## ۵. نتایج

### ۱.۵ ارزیابی ناحیه طیفی

اکنون تأخیر فاز سامانه‌های آکرومات طراحی شده در اطراف ناحیه طیفی مورد نظر ارزیابی خواهد شد تا میزان پایداری این سامانه‌ها مشخص شود. در شکل‌های (۶)، (۷) و (۸)، تأخیر فاز سامانه‌هایی که کمترین درجه آکرومات‌شدگی را دارند در ناحیه طیفی ۰/۳۶-۰/۴۰ و ۰/۷۰-۰/۷۴ میکرومتر رسم شدند. همانطور که از شکل (۶) مشخص است، نمودار سامانه‌های QS و SQ بر روی هم افتاده‌اند. برای تمامی طراحی‌های انجام شده با عبور از ناحیه طیفی ۰/۷-۰/۴ میکرومتر قدر مطلق تغییرات تأخیر فاز نسبت به ۹۰ درجه افزایش می‌یابد. در نتیجه می‌توان گفت که این طراحی‌ها برای ناحیه مورد نظر بهینه شده است و با خروج از این ناحیه سامانه دیگر مناسب نخواهد بود.

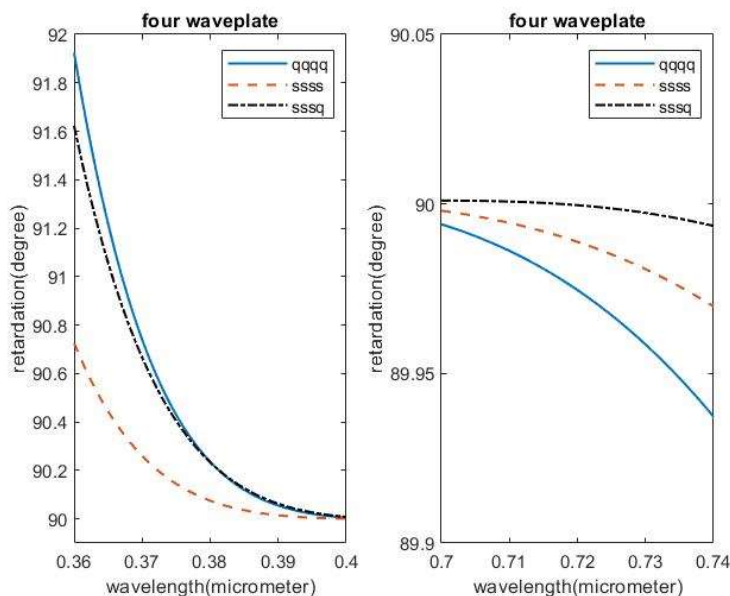


شکل ۶ تأخیر فاز سامانه‌های QS، SQ و SS طراحی شده در ناحیه طیفی ۰/۷-۰/۴ میکرومتر، در ناحیه طیفی ۰/۳۶-۰/۴۰ و ۰/۷۰-۰/۷۴ میکرومتر.



شکل ۷ تأخیر فاز سامانه‌های QSS، SSQ و SQS طراحی شده در ناحیه طیفی ۰/۷-۰/۴ میکرومتر، در ناحیه طیفی ۰/۳۶-۰/۴۰ و ۰/۷۰-۰/۷۴ میکرومتر.





شکل ۸ تأخیر فاز سامانه‌های  $qqqq$ ،  $ssss$  و  $sssq$  طراحی شده در ناحیه طیفی  $0.7-0.4$  میکرومتر، در ناحیه طیفی  $0.74-0.70$  و  $0.40-0.36$  میکرومتر.

## ۲.۵ درجه آکرومات شدگی با احتساب خطا در ساخت

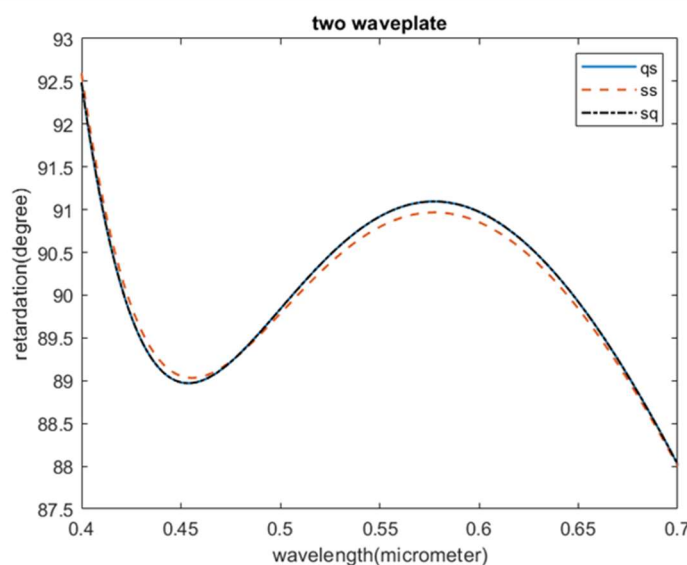
هنگام بهینه‌سازی سامانه با استفاده از نرم‌افزار دقت زاویه تا مرتبه میکرو درجه و دقت ضخامت تیغه‌ها تا مرتبه آنگستریم در نظر گرفته و محاسبات انجام می‌شود، اگرچه می‌دانیم که در عمل رسیدن به چنین دقت‌هایی در ساخت بسیار دشوار یا غیر ممکن است. چون خطای ساخت از خطای محاسباتی بسیار بیشتر است، در نتیجه خطای محاسباتی کنار گذاشته می‌شود و به بررسی خطای ساخت می‌پردازیم. بنابراین مقادیر ضخامت و زوایای بدست آمده از طراحی‌های انجام شده را به ترتیب با دقت  $0.1$  میکرومتر و  $0.1$  درجه گرد کرده و در اطراف مقادیر بدست آمده از طراحی به جستجوی کمترین درجه آکرومات شدگی می‌پردازیم.

در این بخش تنها سامانه‌هایی که درجه آکرومات شدگی بهتری نسبت به دیگر سامانه‌ها داشته‌اند، بررسی خواهد شد. از این‌رو، از میان هر کدام از سامانه‌های آکرومات مشکل از دو، سه و چهار تیغه موج تنها به بررسی سه سامانه پرداخته خواهد شد. در نتیجه در مجموع نه سامانه بررسی می‌شود که در ادامه به شرح این موارد می‌پردازیم.

از میان سامانه‌های طراحی شده متشکل از دو تیغه موج، سامانه‌های SS، QS و SQ با کمترین درجه‌های آکرومات‌شدگی ۰/۸۵۴۴، ۰/۸۸۳۶ و ۰/۸۸۳۶ مورد بررسی قرار می‌گیرند. نتایج بررسی‌های خطای ساخت این سامانه‌ها در جدول (۵) و نمودار تأخیر فاز بدست آمده برحسب طول موج در شکل (۹) آمده است.

**جدول ۵** مقادیر ضخامت و زاویه برای سامانه‌های SS، QS و SQ پس از گرد کردن ضخامت و زاویه به ترتیب تا دقت ۰/۱ میکرومتر و ۰/۱ درجه در ناحیه طیفی ۰/۴-۰/۷ میکرومتر

| نام سامانه | $AcD$<br>(درجه) | $d_1$<br>(میکرومتر) | $d_2$<br>(میکرومتر) | $\phi_2$<br>(درجه) |
|------------|-----------------|---------------------|---------------------|--------------------|
| SS         | ۰/۸۵۶۹          | ۱۵/۴                | ۳۰/۸                | ۵۷/۹               |
| QS         | ۰/۸۸۸۶          | ۱۳/۸                | ۳۰/۹                | ۳۱/۵               |
| SQ         | ۰/۸۸۸۶          | ۳۰/۹                | ۱۳/۸                | ۳۱/۵               |



**شکل ۹** تأخیر فاز بدست آمده برحسب طول موج در ناحیه طیفی ۰/۴-۰/۷ میکرومتر برای سامانه‌های آکرومات SS، QS و SQ پس از اعمال ۰/۱ میکرومتر خطا در ساخت.

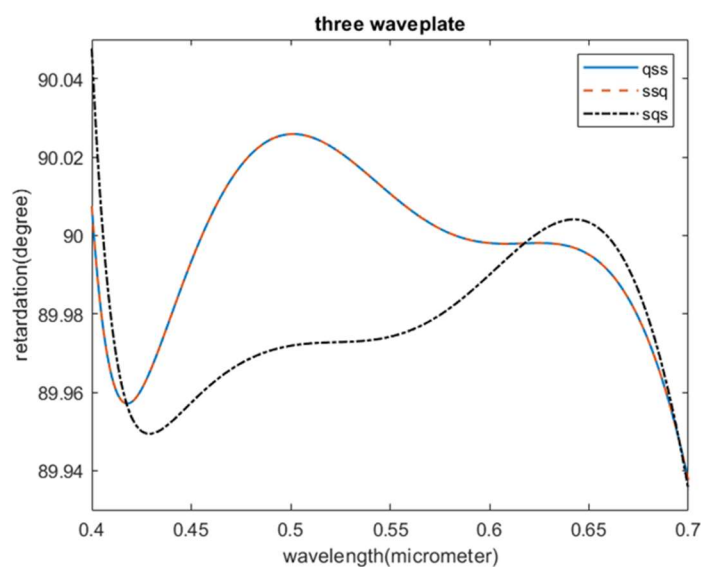
سامانه‌های QS و SSQ با درجه آکرومات‌شدگی ۰/۰۰۹۴ و همچنین سامانه SQS با درجه آکرومات‌شدگی ۰/۰۱۱۵، کمترین درجه آکرومات‌شدگی را در میان سامانه‌های متشکل از سه تیغه‌موج داشتند. نتایج بررسی‌های خطای ساخت این سامانه‌ها پس از گرد کردن ضخامت و زوایا به ترتیب تا دقت ۰/۱ میکرومتر و ۰/۱ درجه در ناحیه طیفی ۰/۴-۰/۷ میکرومتر در جدول (۶) آمده است.



همان طور که در جدول (۶) مشخص است، پس از اعمال خطای ساخت سامانه‌های SSQ، qss و SSQ، درجه آکرومات‌شدگی این سامانه‌ها ۰/۰۲۱۱، ۰/۰۲۱۱ و ۰/۰۲۸۶ بدست آمد که اختلاف بین درجه آکرومات‌شدگی سامانه طراحی شده و سامانه بعد از اعمال خطای ساخت به ترتیب ۰/۰۱۱۷ و ۰/۰۱۱۷ و ۰/۰۱۷۱ بدست آمد.

**جدول ۶** مقادیر ضخامت زوایا برای سامانه‌های SSQ، qss و SSQ پس از گرد کردن ضخامت و زوایا به ترتیب تا دقت ۰/۱ میکرومتر و ۰/۱ درجه ناحیه طیفی ۰/۴-۰/۷ میکرومتر.

| نام سامانه | AcD (درجه) | $d_1$ (میکرومتر) | $d_2$ (میکرومتر) | $d_3$ (میکرومتر) | $\phi_2$ (درجه) | $\phi_3$ (درجه) |
|------------|------------|------------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|
| qss        | ۰/۰۲۱۱     | ۱۳/۶             | ۶۰/۷             | ۳۰/۳             | ۲۰/۲            | ۸۸/۵            |
| ssq        | ۰/۰۲۱۱     | ۳۰/۳             | ۶۰/۷             | ۱۳/۶             | ۱۱۷/۷           | ۹۱/۵            |
| sqs        | ۰/۰۲۸۶     | ۳۰/۳             | ۵۳/۷             | ۱۴/۸             | ۲۱/۶            | ۱۷۹/۴           |



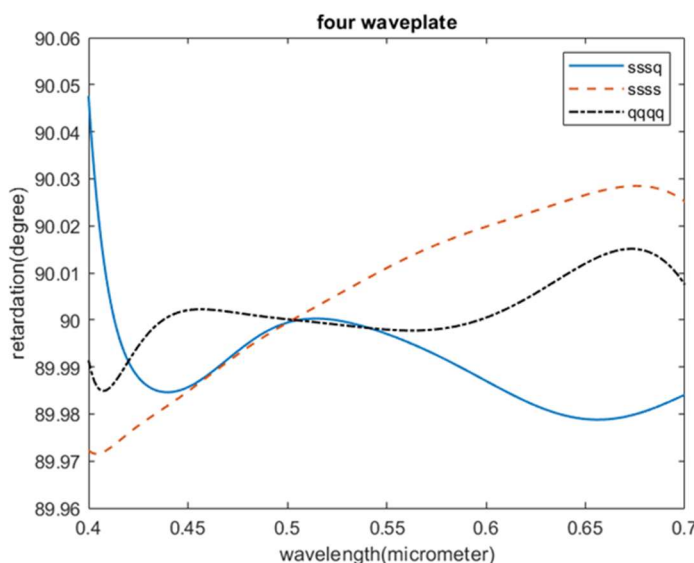
**شکل ۱۰** تأخیر فاز بدست آمده برحسب طول موج در ناحیه طیفی ۰/۴-۰/۷ میکرومتر برای سامانه‌های آکرومات SSQ و qss و SSQ بدست آمده پس از اعمال ۰/۱ میکرومتر خطا در ضخامت تیغه‌ها و ۰/۱ درجه در تنظیم زوایا.

تأخیر فاز بدست آمده برای سامانه‌های  $SSQ$ ،  $QSS$  و  $SQS$  نسبت به طول موج در ناحیه طیفی  $0.4-0.7$  میکرومتر بعد از گرد کردن ضخامت و زوایا در شکل (۱۰) نشان داده شده است. همان‌طور که از شکل مشخص است، نمودار تأخیر فاز دو سامانه  $QSS$  و  $SSQ$  بر روی یکدیگر افتاده‌اند. سامانه‌های  $SSSS$ ،  $SSSQ$  و  $qqqq$  با درجه آکرومات‌شدگی  $0.0005$ ،  $0.0009$  و  $0.0013$ ، کمترین میزان درجه آکرومات‌شدگی را در میان سامانه‌های متشکل از چهار تیغه موج داشتند. نتایج بررسی‌های انجام شده بعد از اعمال خطای ساخت این سامانه‌ها در جدول (۷) آمده است. همان‌طور که در جدول (۷) مشخص است، پس از اعمال خطای ساخت سامانه‌های  $SSSQ$ ،  $SSSS$  و  $qqqq$ ، درجه آکرومات‌شدگی این سامانه‌ها به ترتیب  $0.137$ ،  $0.192$  و  $0.072$  بدست آمد. همچنین، اختلاف بین درجه آکرومات‌شدگی سامانه طراحی شده و سامانه بعد از اعمال خطای ساخت به ترتیب  $0.128$ ،  $0.187$  و  $0.059$  درجه بدست آمد.

**جدول ۷** مقادیر ضخامت زوایا برای سامانه‌های  $SSSS$ ،  $SSSQ$  و  $qqqq$  پس از گرد کردن ضخامت و زوایا به ترتیب تا دقت  $0.1$  میکرومتر و  $0.1$  درجه در ناحیه طیفی  $0.4-0.7$  میکرومتر.

| نام سامانه | AcD (درجه) | $d_1$ (میکرومتر) | $d_2$ (میکرومتر) | $d_3$ (میکرومتر) | $d_4$ (میکرومتر) | $\phi_2$ (درجه) | $\phi_3$ (درجه) | $\phi_4$ (درجه) |
|------------|------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| ssss       | /0.192     | 15/2             | 30/4             | 152/0            | 91/2             | 45/0            | 144/0           | 52/8            |
| sssq       | /0.137     | 94/0             | 156/6            | 31/2             | 140/0            | 88/7            | 8/3             | 143/5           |
| qqqq       | /0.072     | 13/6             | 108/8            | 136/0            | 54/4             | 46/4            | 137/1           | 39/4            |





**شکل ۱۱** تأخیر فاز بدست آمده برحسب طول موج در ناحیه طیفی  $0.4-0.7$  میکرومتر برای سامانه‌های آکرومات SSSQ، SSSS و qqqq بدست آمده پس از اعمال  $0.1$  میکرومتر خطا در ضخامت تیغه‌ها و  $0.1$  درجه در تنظیم زوایا.

باتوجه به نتایج بدست آمده، سامانه SSSS با وجود این که درجه آکرومات شدگی کمتری نسبت به SSSQ داشت. اگرچه، پس از اعمال  $0.1$  میکرومتر خطا در ساخت، درجه آکرومات شدگی SSSQ مقدار کمتری نسبت به SSSS بدست آمد. همچنین سامانه qqqq نسبت به دو سامانه SSSS و SSSQ درجه آکرومات شدگی بیشتری داشت، اگرچه پس از اعمال  $0.1$  میکرومتر خطا در ساخت، درجه آکرومات شدگی qqqq مقدار کمتری نسبت به دو سامانه بیان شده داشت. تأخیر فاز بدست آمده برای سامانه‌های SSSQ، SSSS و qqqq نسبت به طول موج در ناحیه طیفی  $0.4-0.7$  میکرومتر پس از اعمال  $0.1$  میکرومتر خطا در ساخت در شکل (۱۱) نشان داده شده است.

## ۶. بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش طراحی سامانه‌های چارک موجی آکرومات مورد بررسی قرار گرفت که در سراسر ناحیه طیفی مرئی بتواند تأخیر فاز  $90$  درجه را ایجاد کند و نسبت به کارهایی که تاکنون انجام شده است، دارای خطا و درجه آکرومات شدگی کمتری باشد. با استفاده از ترکیب دو، سه و چهار تیغه موج و ترکیبی از بلورهای دو شکستی، سامانه‌های آکروماتی بر اساس یک تابع شایستگی که آن را درجه آکرومات شدگی می‌نامند، طراحی و بهینه‌سازی شد. در این پژوهش از بلورهای دو شکستی

با جنس‌های کوارتز، کلسیت و سافایر استفاده شد که ضخامت، زوایای بین محورهای تند تیغه‌ها و نیز درجه آکرومات‌شدگی با استفاده از الگوریتم شبه‌نیوتن موجود در نرم‌افزار MATLAB برای ناحیه طیفی ۰/۷-۰/۴ میکرومتر بدست آمد. الگوریتم شبه‌نیوتن در مقایسه با الگوریتم‌های ژنتیک، نلدر-مید و تبرید شبیه‌سازی شده عملکرد بهتری داشت. نتایج این پژوهش در مقایسه با نتایج بدست آمده در ناحیه طیفی ۰/۷-۰/۵ میکرومتر با چهار تیغه موج در مرجع [۶] دارای خطای  $\pm 1$  درجه و در مرجع [۷]، درجه آکرومات‌شدگی در حدود ۰/۰۱۳ درجه، می‌توان مشاهده کرد که اولاً طراحی انجام شده در این پژوهش در کل ناحیه مرئی (۰/۰-۷/۴ میکرومتر) به عبارتی ۵۰٪ افزایش ناحیه طیفی با بیشینه خطای  $\pm 0.1$  درجه و درجه آکرومات‌شدگی ۰/۰۰۷۲ برای ساختار qqqq بعد از اعمال ۰/۱ میکرومتر خطا در ساخت و ۰/۱ درجه در چیدمان عملی دست یافته‌ایم که نتایج هم از نظر خطا و هم از نظر پهنای طیفی بهتر شده است. سایر کارهای انجام شده چون در این ناحیه طیفی نبودند قابل مقایسه نبودند. می‌توان بیان نمود که دلیل پیشرفت این پژوهش نسبت به کارهای دیگران استفاده از الگوریتم مناسب و انتخاب تعداد نقاط شروع تصادفی زیاد (در حدود ۲۴۰۰۰ نقطه شروع) برای حل مسئله بوده است.

از میان سامانه‌های متشکل از دو تیغه‌موج، سامانه‌های SS و QS و از میان سامانه‌های متشکل از سه تیغه‌موج نیز سامانه‌های qss و ssq و همچنین از میان سامانه‌های متشکل از چهار تیغه‌موج، سامانه‌های SSSS و SSSQ کمترین درجه آکرومات‌شدگی را داشتند. نمودار تأخیر فاز این سامانه‌ها بر حسب طول موج در ناحیه طیفی ۰/۷-۰/۴ میکرومتر نیز رسم شد.

در این پژوهش جهت بررسی امکان‌سنجی ساخت، سامانه‌های طراحی شده پس از اعمال ۰/۱ میکرومتر خطا در ضخامت تیغه‌ها و ۰/۱ درجه در تنظیم زوایا دوباره مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که هنوز درجه آکرومات‌شدگی برای این سامانه‌ها در حد قابل قبول و نسبت به طراحی‌های انجام شده در ناحیه طیفی ۰/۷-۰/۴ میکرومتر بهبود یافته است.

## ۷. تقدیر و تشکر

در پایان از معاونت پژوهش دانشگاه صنعتی مالک اشتر جهت حمایت مالی از پروژه طراحی سامانه چارک موجی آکرومات پهن‌بند در ناحیه مرئی تشکر می‌شود.





## منابع

- [1] Li, L. and Escuti, M.J., "Super achromatic wide-angle quarter-wave plates using multi-twist retarders", *Optics Express* 29(5), 7464-7478, 2021. <https://doi.org/10.1364/OE.418197>
- [2] Primerov, N., Dahdah, J., Gloor, S., von Niederhäusern, T., Matuschek, N., Castiglia, A., Malinverni, M., Mounir, C., Rossetti, M., Duelk, M. and Vélez, C., "A compact red-green-blue superluminescent diode module: A novel light source for AR microdisplays", In *Digital Optical Technologies* 2019, 11062 (55-64), SPIE, 2019. <https://doi.org/10.1117/12.2527626>
- [3] Ishiguro, M., Ohmuro, K., Saitoh, Y., Takahashi, Y., Watanabe, J., Arai, T., Ito, Y. and Mihayashi, K., "A novel quarter-wave retardation film for improving viewing angle properties in time-sequential stereoscopic 3D-LCDs", *Journal of the Society for Information Display* 20(11), 598-603, 2012. <https://doi.org/10.1002/jsid.123>
- [4] Bos, P.J., Tektronix Inc, "Stereoscopic imaging system with passive viewing apparatus", U.S. Patent 4,719,507, issued January 12, 1988.
- [5] Geng, Y., Gollier, J., Wheelwright, B., Peng, F., Sulai, Y., Lewis, B., Chan, N., Lam, W.S.T., Fix, A., Lanman, D. and Fu, Y., "Viewing optics for immersive near-eye displays: pupil swim/size and weight/stray light, Digital Optics for Immersive Displays", In *Digital Optics for Immersive Displays*, 10676, 19-35. SPIE, 2018. <https://doi.org/10.1117/12.2307671>
- [6] Maimone, A. and Wang, J., "Holographic optics for thin and lightweight virtual reality", *ACM Transactions on Graphics (TOG)* 39(4), 67-1, 2020. <https://doi.org/10.1145/3386569.3392416>
- [7] Wong, T.L., Yun, Z., Ambur, G. and Etter, J., "Folded optics with birefringent reflective polarizers", In *Digital Optical Technologies 2017*, 10335, 84-90, 2017. <https://doi.org/10.1117/12.2270266>
- [8] Xiang, X., Kim, J. and Escuti, M.J., "Bragg polarization gratings for wide angular bandwidth and high efficiency at steep deflection angles", *Scientific Reports* 8(1), 7202, 2018. <https://doi.org/10.1038/s41598-018-25535-0>
- [9] Lee, Y.H., Yin, K. and Wu, S.T., "Reflective polarization volume gratings for high efficiency waveguide-coupling augmented reality displays", *Optics Express* 25(22), 27008-27014, 2017. <https://doi.org/10.1364/OE.25.027008>
- [10] Wang, Y., Liu, Y., Li, J., Liu, C., Yu, Z., Ye, H. and Yu, L., "Broadband Ultrathin Transmission Quarter Waveplate with Rectangular Hole Array Based on Plasmonic Resonances", *Nanoscale Research Letters* 14, 1-8, 2019. <https://doi.org/10.1186/s11671-019-3200-y>
- [11] Yue, S., Liu, Y., Wang, R., Hou, Y., Shi, H., Feng, Y., Wen, Z. and Zhang, Z., "All-silicon polarization-independent broadband achromatic metalens designed for the mid-wave and long-wave infrared", *Optics Express* 31(26), 44340-44352, 2023. <https://doi.org/10.1364/OE.506471>
- [12] Gevorgyan, H.L., Rangelov, A.A. and Vitanov, N.V., "Broadband composite nonreciprocal polarization wave plates and optical isolators", *Optics Communications* 549, 129884, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2023.129884>
- [13] Pancharatnam, S., "Achromatic combinations of birefringent plates: Part II. An achromatic quarter-wave plate", In *Proceedings of the Indian Academy of Sciences-Section A*, 41(4), 137-144, 1955. <https://doi.org/10.1007/BF03047098>
- [14] Hariharan, P. and Malacara, D., "A simple achromatic half-wave retarder, Journal of Modern Optics", *Journal of Modern Optics* 41(1), 15-18, 1994. <https://doi.org/10.1080/09500349414550041>



- [15] Hariharan, P., "Achromatic and apochromatic halfwave and quarterwave retarders", *Optical Engineering* 35(11), 3335-3337, 1996. <https://doi.org/10.1117/1.601074>
- [16] Masson, J.B. and Gallot, G., "Terahertz achromatic quarter-wave plate", *Optics letters* 31(2), 265-267, 2006. <https://doi.org/10.1364/OL.31.000265>
- [17] Ma, J., Wang, J.S., Denker, C. and Wang, H.M., "Optical design of multilayer achromatic waveplate by simulated annealing algorithm", *Chinese Journal of Astronomy and Astrophysics* 8(3),349, 2008. <https://doi.org/10.1088/1009-9271/8/3/12>
- [18] Saha, A., Bhattacharya, K. and Chakraborty, A.K., "New achromatic quarter-wave combination of birefringent plates", *Optical Engineering* 51(1), 013001-013001, 2012. <https://doi.org/10.1117/1.OE.51.1.013001>
- [19] Herrera-Fernandez, J.M., Vilas, J.L., Sanchez-Brea, L.M. and Bernabeu, E., "Design of super achromatic quarter-wave retarders in a broad spectral range", *Applied optics* 54(33), 9758-9762, 2015. <https://doi.org/10.1364/AO.54.009758>
- [20] Vilas, J.L. and Lazarova-Lazarova, A., "A simple analytical method to obtain achromatic waveplate retarders", *Journal of Optics* 19(4), 045701, 2017. <https://doi.org/10.1088/2040-8986/aa5dfe>
- [21] De, S. and Mukhopadhyay, N., "An achromatic quarter-wave phase retarder operating in near-infrared (NIR) region", *Annals of the Faculty of Engineering Hunedoara* 17(3), 65-67, 2019.
- [22] Ou, M., Liu, L., Liu, Y., Lan, L., Xie, S. and Shi, X., "Optimal design of composite achromatic wave plate based on the improvement with initial point selection of intelligent algorithm", *Optik* 225, 165722, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2020.165722>
- [23] Chen, X., Lu, W.G., Tang, J., Zhang, Y., Wang, Y., Scholes, G.D. and Zhong, H., "Solution-processed inorganic perovskite crystals as achromatic quarter-wave plates", *Nature Photonics* 15(11), 813-816, 2021. <https://doi.org/10.1038/s41566-021-00865-0>
- [24] Gevorgyan, H.L., Rangelov, A.A. and Vitanov, N.V., "Broadband composite nonreciprocal polarization wave plates and optical isolators", *Optics Communications* 549, 129884, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2023.129884>
- [25] Ghosh, G., "Handbook of optical constants of solids: Handbook of thermo-optic coefficients of optical materials with applications", Academic Press, 1998.



This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-Noncommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0 license) (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).

