

Research Paper

Calculation of Surface Plasmons of Two Closely Metallic Nanospheres Using the Hydrodynamic Model¹

Moslem Mir²

Received: 2023.06.15

Revised: 2023.09.03

Accepted: 2023.10.25

Abstract

In this study, The surface plasmon excitations in a dimer structure of closely spaced metallic nanospheres with different radii are investigated using the hydrodynamic model. Initially, an expression was derived to calculate this structure's multipolar surface plasmon excitations. Subsequently, the surface plasmon excitations in the dipole approximation were examined. The surface plasmon excitations in a dimer structure of closely spaced metallic nanospheres with different radii are examined using the hydrodynamic model in this study. It has been observed that the energy of in-phase modes is lower than that of out-of-phase modes in longitudinal or transverse excitations. Furthermore, at each separation distance between the nanospheres, the energy difference between in-phase and out-of-phase longitudinal modes is greater than that of transverse modes. The results show that with an increase in the separation distance between the nanospheres, the energies of in-phase modes increase, and the energies of out-of-phase modes decrease. At large separation distances, two plasmon modes are obtained, with the higher energy mode corresponding to the smaller nanosphere and the lower energy mode corresponding to the larger nanosphere. Finally, the local limit results are presented for comparison.

Keywords: *Nano-plasmonic, Surface Plasmons, Dimer Structure of Metallic Nanospheres, Hydrodynamic Drude Model*

¹ <https://doi.org/10.22051/ijap.2023.44094.1333>

² Assistant Professor, Department of Physics, Faculty of Science, University of Zabol (UOZ), Zabol, Sistan and Baluchestan, Iran. Email: moslem.mir@uoz.ac.ir

<https://jap.alzahra.ac.ir>



محاسبه پلاسمون‌های سطحی دو نانوکره فلزی نزدیک به هم با استفاده از الگوی هیدرودینامیک^۱

مسلم میر^۲

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۳/۲۵

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۲/۰۶/۱۲

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۸/۰۳

فصلنامه علمی فیزیک کاربردی ایران

دانشکده فیزیک، دانشگاه الزهرا

سال چهاردهم، پیاپی ۳۶، بهار ۱۴۰۳

صص ۱۱۹ - ۱۳۴

چکیده:

در این مطالعه، با استفاده از الگوی هیدرودینامیکی دورود برانگیختگی‌های پلاسمون‌های سطحی یک ساختار دوتایی از نانوکره‌های فلزی نزدیک به هم و با شعاع‌های متفاوت بررسی خواهد شد. ابتدا رابطه‌ای برای محاسبه برانگیختگی‌های چند قطبی پلاسمون‌های سطحی این ساختار بدست آمد. سپس برانگیختگی‌های پلاسمون‌های سطحی در تقریب دو قطبی در آن بررسی شد. در تقریب دو قطبی، انرژی‌های برانگیختگی‌های هم‌فاز و ناهم‌فاز مدهای طولی و عرضی این ساختار بدست آمد. مشاهده شد که در هر نوع برانگیختگی طولی یا عرضی، انرژی مد هم‌فاز کمتر از انرژی مد ناهم‌فاز است. همچنین در هر فاصله جدایی بین نانوکره‌ها، اختلاف انرژی‌های بین برانگیختگی‌های هم‌فاز و ناهم‌فاز مد طولی بیشتر از مد عرضی است. افزون بر این، با افزایش فاصله جدایی بین نانوکره‌ها انرژی مدهای هم‌فاز بیشتر و انرژی مدهای ناهم‌فاز کمتر می‌شود. در فاصله‌های جدایی بزرگ، دو مد پلاسمونی بدست می‌آید که مد پلاسمونی با انرژی بیشتر مربوط به نانوکره کوچک‌تر و مد پلاسمونی با انرژی کمتر مربوط به نانوکره بزرگ‌تر است. سرانجام نتایج حد موضعی برای مقایسه ارائه شده است.

واژگان کلیدی: نانوپلاسمونیک، پلاسمون‌های سطحی، ساختار دوتایی از نانوکره‌های فلزی، الگوی هیدرودینامیکی دورود.

¹ <https://doi.org/10.22051/ijap.2023.44094.1333>

² استادیار، گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه زابل، زابل، سیستان و بلوچستان، ایران. Email: moslem.mir@uoz.ac.ir



۱. مقدمه

به کوانتای برانگیختگی‌های جمعی الکترون‌ها که در حجم یا سطح مواد فلزی و نیمه‌رساناها ایجاد می‌شود، پلاسمون می‌گویند. به پلاسمون‌هایی که در داخل این گونه مواد به وجود می‌آیند، پلاسمون‌های حجمی می‌گویند. پلاسمون‌هایی که در سطح این گونه مواد برانگیخته می‌شوند به دو نوع تقسیم می‌شوند. نوع اول پلاسمون‌هایی هستند که در فصل مشترک فلزات و مواد دی‌الکتریک منتشر می‌شوند که به آن‌ها پلاسمون-پلاریتون‌های سطحی می‌گویند. نوع دوم پلاسمون‌هایی هستند که در سطح ذرات فلزی یا نیمه‌رسانا با شکل‌های مختلف یا روی سطح حفره‌هایی که در این گونه مواد وجود دارند، ایجاد می‌شوند به این‌ها پلاسمون‌های سطحی جایگزیده می‌گویند [۱-۳]. در اثر برهم‌کنش موج الکترومغناطیسی با پلاسمای الکترونی در سطح فلزات یا نیمه‌رساناها مد جفت‌شده پلاسمون-پلاریتون سطحی ایجاد می‌شود [۲-۵]. برحسب کاربرد مورد نظر می‌توان ساختارهای متنوعی از ذرات پلاسمونی طراحی کرد [۶]. ساختارهای پلاسمونی در حسگرها، نانو فوتونیک و فناوری‌های اپتوالکترونیک کاربرد دارند [۷]. برای نمونه، از نانو کره‌ها یا نانوپوسته‌های کروی فلزی می‌توان در ساخت حسگرها یا آنتن‌ها استفاده کرد [۲، ۸]. همچنین از زنجیره‌های دوره‌ای خطی از نانو کره‌های فلزی در ساخت موجبرهای پلاسمونی زیر حد پراش استفاده می‌شود [۹، ۱۰]. یکی دیگر از ساختارهای مهم پلاسمونیک، ساختار دوتایی از نانو کره‌های فلزی است [۱۱، ۱۲]. این ساختار در حسگرهای مولکولی، حسگرهای مکانیکی و حسگرهای ساختاری کاربرد دارد [۱۳-۱۵]. همچنین در جاهایی که یک نانو کره به عنوان یک حسگر بسیار حساس کارایی ندارد می‌توان از ساختار دوتایی از نانو کره‌های نزدیک به هم استفاده کرد [۱۶].

به صورت همه جانبه، با روش‌های موضعی و غیرموضعی می‌توان مدهای پلاسمونی یک ساختار پلاسمونی را محاسبه کرد. در روش‌های موضعی با حل معادلات ماکسول و استفاده از تابع دی‌الکتریک‌های موضعی، چون تابع دی‌الکتریک دورود و همچنین شرایط مرزی الکترومغناطیسی، مدهای پلاسمونی یک ساختار پلاسمونیک را محاسبه می‌کنند [۲]. در روش‌های غیرموضعی اثر پاشندگی فضایی را در نظر می‌گیرند. از بهترین روش‌های غیرموضعی می‌توان روش بازتاب آینه‌ای^۱ (SRM) [۱۷، ۱۸]، روش هیدرودینامیکی دورود^۲ (HDM) [۱۰] و نظریه پاسخ اپتیکی غیر موضعی تعمیم یافته^۳ (GNOR) [۱۹] را نام برد. در روش SRM پاسخ سطحی یک ساختار را بر حسب تابع

¹ Specular Reflection Model (SRM)

² Hydrodynamic Drude Model (HDM)

³ Generalized Nonlocal Optical Response (GNOR)



دی‌الکتریک حجمی غیرموضعی بیان می‌کنند. در روش هیدرودینامیکی تأخیری با تزویج معادله هیدرودینامیکی نویر- استوکس با معادلات ماکسول و معادله‌ی پیوستگی و استفاده از شرایط مرزی الکترومغناطیسی و همچنین شرط مرزی صفر شدن مولفه‌ی عمودی چگالی جریان بر روی سطح ماده، مدهای پلاسمونی یک ساختار پلاسمونیک را بدست می‌آورند. روش GNOR تعمیم روش هیدرودینامیکی تأخیری برای در نظر گرفتن پخش الکترون‌ها در ساختار است. تفاوت روش‌های هیدرودینامیکی با روش‌های موضعی در این است که در روش هیدرودینامیکی از معادله هیدرودینامیکی نویر- استوکس به جای تابع دی‌الکتریک دورود استفاده می‌کنند. در حقیقت نشان داده شده است که می‌توان با استفاده از معادله نویر- استوکس تابع دی‌الکتریک یک ماده پلاسما [۲۰، ۲۱] یا ماده‌ای را که می‌توان به صورت پلاسما در نظر گرفت (یک فلز یا نیمه‌رسانا) را محاسبه کرد [۲۲].

در این مقاله با استفاده از روش هیدرودینامیکی دورود برانگیختگی‌های پلاسمونی در یک ساختار دوتایی از نانوکره‌های فلزی نزدیک به هم و با شعاع‌های متفاوت بررسی می‌گردد. از این ساختار افزون بر حسگرهای بسیار حساس، می‌توان در یاخته‌های موجبرهای پلاسمونی نیز استفاده کرد. مثلاً یک زنجیره دوره‌ای خطی که شامل ساختارهای مشابه دوتایی از نانوکره‌هایی با شعاع متفاوت است. یکی دیگر از موارد اهمیت ساختار دوتایی در این است که با تغییر شعاع‌های نانوکره‌های این ساختار و همچنین با تغییر فاصله بین آن‌ها، می‌توان مد پلاسمونی مورد نظر خود را بدست آورد. محاسبه دقیق این مدهای پلاسمونی در طراحی ساختار دوتایی دلخواه دارای اهمیت بسیاری است. پیش از این مدهای ساختار دوتایی از نانوکره‌هایی با شعاع‌های متفاوت و یکسان با روش‌های موضعی محاسبه شده است [۳ و ۲۳-۳۰]. همچنین با استفاده از روش‌های غیرموضعی مدهای پلاسمونی یک ساختار دوتایی از نانوکره‌هایی با شعاع یکسان بدست آمده است [۱۷، ۱۸ و ۳۳-۳۶]. اهمیت روش هیدرودینامیکی دورود نسبت به روش‌های موضعی در این است که اثر پاشندگی فضایی را در نظر می‌گیرد. پاشندگی فضایی یک اثر غیرموضعی است و در نانوکره‌هایی با ابعاد کوچک اهمیت دارد. این اثر سبب تغییر در فرکانس‌های برانگیختگی‌های پلاسمون‌ها و همچنین تغییر در پهنای تشدید آن‌ها می‌شود [۱۰]. در روش هیدرودینامیکی نسبت به روش SRM اثرات غیرموضعی دقیق‌تر نشان داده می‌شود [۱۸]. در مقایسه با محاسبات سایر روش‌های غیرموضعی، تعمیم محاسبات روش هیدرودینامیکی دورود به سایر ساختارهایی که شامل یاخته‌هایی از ساختار دوتایی با شعاع‌های متفاوت هستند، آسان‌تر است. از محاسبات موضعی در تقریب دو قطبی مشخص شده که یک

ساختار دوتایی از نانوکره‌های نزدیک به هم، مدهای پلاسمونی هم‌فاز و ناهم‌فاز دارد که هر نوع مد می‌تواند به صورت طولی یا عرضی برانگیخته شود. انرژی مدهای هم‌فاز کمتر از انرژی مدهای ناهم‌فاز است. اگر فاصله دو نانوکره این ساختار را از یکدیگر زیاد کنیم، دو مد پلاسمونی بدست می‌آید که با هم برابر و مقدار آن‌ها برابر با مد پلاسمونی یکی از نانوکره‌ها است. در حقیقت، برهم‌کنش الکتریکی بین نانوکره‌ها سبب تغییر مدهای پلاسمونی نانوکره‌ها در فاصله‌های بسیار نزدیک می‌شود. این وضعیت مشابه قرار گرفتن دو اتم در فاصله بسیار نزدیک به هم و تشکیل مولکول است. زمانی که دو اتم در فاصله بسیار نزدیک از هم قرار می‌گیرند، برهم‌کنش الکترون‌های هر اتم با هسته اتم همسایه سبب تشکیل اوربیتال‌های پیوندی و ناپیوندی می‌شود [۳۷]، که در اینجا اوربیتال‌های پیوندی و ناپیوندی به ترتیب نقش مدهای هم‌فاز و ناهم‌فاز را در ساختار دوتایی از نانوکره‌های فلزی دارند [۳۸، ۳۹]. همچنین ساختار دوتایی از نانوکره‌های فلزی را می‌توان با چاه پتانسیل دوگانه مقایسه کرد. در چاه پتانسیل دوگانه توابع موج متقارن و پادمقارن وجود دارند که انرژی مربوط به تابع موج متقارن کمتر از انرژی مربوط به تابع موج پادمقارن است [۳۷].

در این مقاله ابتدا با استفاده از الگوی هیدرودینامیکی دورود، رابطه‌ای برای محاسبه فرکانس‌های برانگیختگی‌های چند قطبی پلاسمون‌های سطحی یک ساختار دوتایی از نانوکره‌های فلزی نزدیک به هم و با شعاع‌های متفاوت بدست می‌آوریم، سپس در تقریب دو قطبی، مدهای برانگیختگی‌های این ساختار را بررسی می‌کنیم. هر نانوکره فلزی را می‌توان به صورت ابر الکترونی در نظر گرفت که نسبت به بار زمینه مثبت می‌تواند جابه‌جا شود. در هنگام برانگیختگی‌ها، وضعیت ابر الکترونی نسبت به بار زمینه مثبت تغییر می‌کند. در تقریب دو قطبی، ابر الکترونی هر نانوکره نسبت به بار زمینه مثبت آن نوسان می‌کند، این نوسان سبب می‌شود که در جهت نوسان یک طرف نانوکره بار منفی و در طرف دیگر آن بار مثبت ایجاد شود. در تقریب دو قطبی یک ساختار دوتایی از نانوکره‌های فلزی، ابرهای الکترونی نانوکره‌ها می‌توانند به صورت طولی (در راستای خط وصل کننده مرکزهای دو نانوکره) یا به صورت عرضی (عمود بر خط وصل کننده مرکزهای دو نانوکره) و به صورت‌های هم‌فاز یا ناهم‌فاز برانگیخته شوند. در اینجا، در برانگیختگی هم‌فاز ابرهای الکترونی دو نانوکره در یک زمان در بیشینه‌های هم جهت قرار دارند، در حالی که در برانگیختگی ناهم‌فاز ابرهای الکترونی دو نانوکره در یک زمان در بیشینه‌های مخالف هم قرار دارند.

به صورت همه جانبه، در هر نوع برانگیختگی طولی یا عرضی، مد هم‌فاز در انرژی‌های کمتری نسبت به مد ناهم‌فاز برانگیخته می‌شوند. همچنین در هر فاصله جدایی بین نانوکره‌ها، اختلاف انرژی



بین برانگیختگی‌های هم‌فاز و ناهم‌فاز مد طولی بیشتر از اختلاف انرژی بین برانگیختگی‌های هم‌فاز و ناهم‌فاز مد عرضی است. این موضوع نشان می‌دهد که برهم‌کنش بین نانوکره‌های یک ساختار دوتایی در حالت برانگیختگی‌های طولی بیشتر از حالت برانگیختگی‌های عرضی است. در ادامه اثر تغییر فاصله جدایی بین نانوکره‌های ساختار دوتایی بر انرژی برانگیختگی‌های پلاسمونی آن بررسی می‌شود. مشاهده می‌شود که با افزایش فاصله جدایی بین نانوکره‌های این ساختار، انرژی مدهای هم‌فاز بیشتر و انرژی مدهای ناهم‌فاز کمتر شده است. در فاصله‌های جدایی بسیار بزرگ مدهای پلاسمونی بدست آمده برابر با مدهای پلاسمونی هر یک از نانوکره‌ها است. به این ترتیب که مد پلاسمونی با انرژی بیشتر مربوط به نانوکره کوچک‌تر و مد پلاسمونی با انرژی کمتر مربوط به نانوکره بزرگ‌تر است. سرانجام نتایج غیرموضعی با نتایج حد موضعی مقایسه می‌شود. در بخش دوم مقاله، ابتدا روش هیدرودینامیکی دورود معرفی شده و سپس با استفاده از این روش، رابطه‌ای برای محاسبه مدهای پلاسمون سطحی یک ساختار دوتایی از نانوکره‌های فلزی نزدیک به هم بدست می‌آید. در بخش سوم، نتایج برانگیختگی‌های پلاسمون‌های سطحی یک ساختار دوتایی از نانوکره‌های فلزی در تقریب دو قطبی بررسی می‌شود. در پایان (بخش چهارم)، نتایج بدست آمده بیان می‌شود.

۲. روش و محاسبات

۱.۲ روش هیدرودینامیکی دورود

در روش هیدرودینامیکی دورود با حل هم‌زمان معادلات نویر-استوکس، پواسون و پیوستگی، دینامیک الکترون‌ها در فلزات و نیمه‌رساناها را بررسی می‌کنند. این معادلات جفت شده در رژیم خطی و برای اختلال‌های نوسانی حول نقطه تعادل عبارتند از [۱۰].

معادله نویر-استوکس؛

$$m_e n_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla} P(n) - n_0 e \vec{E} - m_e n_0 \Gamma \vec{v} \quad (1)$$

معادله پواسون؛

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -\frac{e n}{\epsilon_0 \epsilon_b} \quad (2)$$

و معادله پیوستگی؛

$$\frac{\partial n}{\partial t} + n_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (3)$$



که در آن‌ها، m_e جرم الکترون، n_0 چگالی حالت تعادل گاز الکترونی (چگالی یون)، \vec{v} سرعت الکترون‌ها تا مرتبه اول اختلال، e بار الکترون، $P(n)$ فشار در داخل محیط گاز الکترونی، ϵ_0 ثابت گذردهی الکتریکی خلأ، ϵ_b ثابت دی‌الکتریک یون‌های زمینه، \vec{E} و n به ترتیب میدان الکتریکی و چگالی الکترون‌ها تا مرتبه اول اختلال و Γ فرکانس میرایی و ناشی از برخورد الکترون‌ها با یون‌ها مثبت زمینه و ناخالصی‌ها است. اثرات غیرموضعی از راه گرادیان فشار در الگوی هیدرودینامیکی وارد می‌شوند. در الگوی هیدرودینامیکی $\vec{\nabla}P(n) = m\beta^2\vec{\nabla}n$ ، که β برابر با سرعت انتشار افت و خیزهای چگالی است و مقدار آن برابر با $v_F = (3/5)^{1/3}v_F$ است. β سرعت فرمی الکترون‌ها است. در تقریب شبه استاتیک و تا مرتبه اول اختلال $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$ است. با جایگذاری $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$ در معادلات (۱) و (۲)، روش شبه استاتیک هیدرودینامیکی دورود^۱ بدست می‌آید [۱۰].

در ادامه رابطه $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$ در معادله‌های (۱) و (۲) جایگذاری می‌شود. سپس از دو طرف معادله (۱) دیورژانس گرفته و معادله‌های (۲) و (۳) در آن جایگذاری می‌گردد.

وابستگی زمانی کمیت‌های بالا به صورت $e^{-i\omega t}$ در نظر گرفته می‌شود، که $\omega_T = \omega + i\omega_I$ است. پس از انجام محاسبات معادله زیر بدست می‌آید:

$$[\beta^2\nabla^2 - (\bar{\omega}_p^2 - \omega^2 + \omega_I^2 + \omega_I\Gamma) + i(2\omega\omega_I + \omega_I\Gamma)]n = 0 \quad (۴)$$

که قسمت حقیقی آن برابر است با:

$$(\nabla^2 - k^2)n = 0 \quad (۵)$$

این معادله، معادله دیفرانسیل نهایی حاکم بر چگالی الکترونی است و در آن،

$$k^2 = (\bar{\omega}_p^2 - \omega^2 + \omega_I^2 + \omega_I\Gamma)/\beta^2 \quad (۶)$$

که در آن، $\bar{\omega}_p = \sqrt{n_0 e^2 / (m\epsilon_0 \epsilon_b)}$ فرکانس پلاسما ماده است. از قسمت موهومی معادله نهایی $\omega_I = -\Gamma/2$ بدست می‌آید، که آن در معادله (۶) جایگذاری می‌شود.

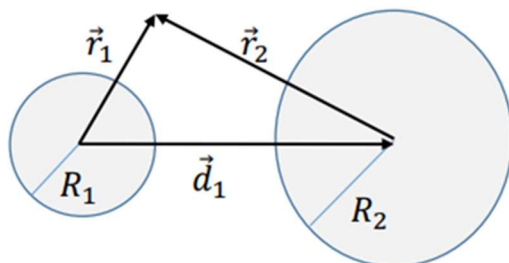
از معادله (۵) با شرط $\omega < \sqrt{\bar{\omega}_p^2 - \Gamma^2/4}$ ، فرکانس‌های پلاسما سطحی و با شرط $\omega > \sqrt{\bar{\omega}_p^2 - \Gamma^2/4}$ ، فرکانس‌های پلاسما حجمی بدست می‌آید.

^۱ Quasi-static HDM (QHDM)



۲.۲ فرکانس‌های پلاسمون‌های سطحی یک ساختار دوتایی از نانوکره‌های فلزی

در این بخش، هدف بدست آوردن فرکانس‌های پلاسمون‌های سطحی یک ساختار دوتایی از نانوکره‌های فلزی نزدیک به هم با استفاده از الگوی هیدرودینامیکی دورود می‌باشد.



شکل ۱ طرحواره یک ساختار دوتایی از نانوکره‌های فلزی نزدیک به هم. شعاع نانوکره کوچک‌تر R_1 و شعاع نانوکره بزرگ‌تر R_2 است.

افت و خیزهای چگالی سطحی هر نانوکره فلزی این ساختار دوتایی از حل معادله (۵) بدست می‌آید [۱۰]. با در نظرگیری سیستم دوتایی شکل (۱)، چگالی سطحی الکترونی نانوکره با شعاع کوچکتر R_1 از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$n_1(r_1, \theta_1, \varphi) = \begin{cases} \sum_{l,m} A_{l,m} i_l(kr_1) y_{l,m}(\theta_1, \varphi) & , r_1 < R_1 \\ 0 & , r_1 > R_1 \end{cases} \quad (7)$$

همچنین چگالی سطحی الکترونی نانوکره با شعاع بزرگتر R_2 با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$n_2(r_2, \theta_2, \varphi) = \begin{cases} \sum_{l,m} B_{l,m} i_l(kr_2) y_{l,m}(\theta_2, \varphi) & , r_2 < R_2 \\ 0 & , r_2 > R_2 \end{cases} \quad (8)$$

که در آن، $A_{l,m}$ و $B_{l,m}$ ضرایب ثابت و $i_l(kr_i)$ تابع بسل کروی اصلاح شده نوع اول است. هر نانوکره فلزی دو ناحیه دارد، که عبارتند از: ناحیه داخلی و ناحیه بیرونی. پتانسیل در ناحیه داخلی هر نانوکره از معادله زیر بدست می‌آید [۱۰].

$$(\nabla^2 - k^2)\nabla^2 \phi_{in}^{(j)}(r_i, \theta_i, \varphi, t) = 0, \quad i = 1, 2 \quad (9)$$

با حل معادله (۹)، پتانسیل در ناحیه داخلی نانوکره (۱) برابر است با:

$$\phi_{in}^{(1)}(r_1, \theta_1, \varphi) = \sum_{l,m} (C_{l,m} i_l(kr_1) + D_{l,m} r_1^l) y_{l,m}(\theta_1, \varphi) \quad (10)$$

همچنین با حل معادله (۹)، پتانسیل در ناحیه داخلی نانو کره (۲) از رابطه زیر بدست می آید،

$$\phi_{in}^{(2)}(r_2, \theta_2, \varphi) = \sum_{l,m} (E_{l,m} i_l(kr_2) + F_{l,m} r_2^l) y_{l,m}(\theta_2, \varphi) \quad (11)$$

پتانسیل در ناحیه بیرون آن‌ها از حل معادله پلاس بدست می آید، از این رو، پتانسیل‌ها در خارج از نانو کره‌های فلزی برابر است با:

$$\phi_{out}^{(1)}(r_1, \theta_1, \varphi) = \sum_{l,m} G_{l,m} \frac{1}{r_1^{l+1}} y_{l,m}(\theta_1, \varphi) \quad (12)$$

$$\phi_{out}^{(2)}(r_2, \theta_2, \varphi) = \sum_{l,m} H_{l,m} \frac{1}{r_2^{l+1}} y_{l,m}(\theta_2, \varphi) \quad (13)$$

ناحیه بیرون دو نانو کره را دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک ϵ_d در نظر بگیرید. ضرایب پتانسیل‌های دو نانو کره فلزی با اعمال شرط‌های مرزی پیوستگی پتانسیل و بردار جابه‌جایی در سطح‌های آن‌ها محاسبه می‌شود.

از اعمال شرط‌های مرزی پیوستگی پتانسیل و بردار جابه‌جایی در سطح نانو کره اول (نانو کره سمت چپ شکل (۱)) داریم:

$$\left[\frac{\epsilon_b}{\epsilon_d} (kR_1) i'_l(kR_1) + (l+1) i_l(kR_1) \right] C_{l,m} + \left[\frac{\epsilon_b}{\epsilon_d} l + (l+1) \right] R_1^l D_{l,m} = \sum_{l' \geq l'-1+|m|} H_{l'-l,m} K_{l'-l,l',m} \frac{(2l+1)R_1^l}{d_1^{l'+1}} \quad (14)$$

در ادامه ضرایب $D_{l,m}$ و $H_{l'-l,m}$ را بدست می‌آوریم. با اعمال شرط مرزی صفر شدن مؤلفه‌ی شعاعی چگالی جریان الکتریکی روی سطح نانو کره اول ضریب $D_{l,m}$ را بدست می‌آوریم.

$$l R_1^l D_{l,m} = \frac{m \beta^2}{n_0} (kR_1) i'_l(kR_1) A_{l,m} - (kR_1) i'_l(kR_1) C_{l,m} \quad (15)$$

سپس با استفاده از شرط‌های مرزی پیوستگی پتانسیل و بردار جابه‌جایی بر روی سطح نانو کره دوم (نانو کره سمت راست شکل (۱)) مقدار ضریب $H_{l,m}$ برابر است با:

$$H_{l,m} = -\frac{R_2^{l+1}}{(2l+1)} \left[\left(\frac{\epsilon_b}{\epsilon_d} - 1 \right) l R_2^l F_{l,m} + \left(\frac{\epsilon_b}{\epsilon_d} (kR_2) i'_l(kR_2) - l i_l(kR_2) \right) E_{l,m} \right] \quad (16)$$

در حالی که، $F_{l,m}$ از شرط مرزی صفر شدن مؤلفه شعاعی چگالی جریان روی سطح نانو کره دوم بدست می‌آید و مقدار آن برابر است با:

$$l R_2^l F_{l,m} = \frac{m \beta^2}{n_0} (kR_2) i'_l(kR_2) B_{l,m} - (kR_2) i'_l(kR_2) E_{l,m} \quad (17)$$



با جایگذاری روابط (۱۵) و (۱۶) در معادله (۱۴) و استفاده از روابط $C_{l,m} = A_{l,m}/(\epsilon_0 \epsilon_b k^2)$ ، $E_{l,m} = B_{l,m}/(\epsilon_0 \epsilon_b k^2)$ [۱۰]، معادله زیر بدست می‌آید.

$$\alpha_l(R_1)A_{l,m} + \sum_{l' \geq |l'-1+|m|} K_{l'-l,l',m} \beta_{l,l'}(R_1, R_2) B_{l'-l,m} = 0 \quad (۱۸)$$

اگر به صورت مشابه برای نانوکره فلزی دومی عمل شود، رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.

$$\alpha_l(R_2)B_{l,m} + \sum_{l' \geq |l'-1+|m|} (-1)^{l'} K_{l'-l,l',m} \beta_{l,l'}(R_2, R_1) A_{l'-l,m} = 0 \quad (۱۹)$$

که

$$k_{l,l',m}^2 = \frac{2l+1}{2(l'-l)+1} \frac{l'!l!}{(l+m)!(l-m)!(l'-l+m)!(l'-l-m)!} \quad (۲۰)$$

$$\alpha_l(x) = -\frac{(l+1)}{l} (kx) i_{l+1}(kx) \bar{\omega}_p^2 + \beta^2 k^2 \left(\frac{l\epsilon_b + (l+1)\epsilon_d}{l\epsilon_d} \right) (kx) i'_l(kx) \quad (۲۱)$$

و

$$\beta_{l,l'}(x, y) = \frac{(2l+1)}{(2(l'-l)+1)} \frac{x^l y^{l'-l+1}}{d_1^{l'+1}} \left[(ky) i_{l'-l+1}(ky) \bar{\omega}_p^2 + \beta^2 k^2 \left(\frac{\epsilon_b}{\epsilon_d} - 1 \right) (ky) i'_{l'-l}(ky) \right] \quad (۲۲)$$

برای محاسبه مدهای پلاسمونی ساختار دوتایی از نانوکره‌های فلزی با شعاع‌های متفاوت، ابتدا با استفاده از معادلات (۱۸) و (۱۹) یک معادله ماتریسی ویژه مقداری تشکیل می‌دهیم که عناصر این ماتریس، ضرایب متغیرهای $A_{l,m}$ و $B_{l,m}$ هستند. با محاسبه‌ی ریشه دترمینان این ماتریس مدهای پلاسمونی این ساختار بدست می‌آید. برای $R_1 = R_2 = R$ ، نتایج منبع [۱۰] بدست می‌آید.

۳. نتایج

در این بخش ابتدا مدهای پلاسمونی یک ساختار دوتایی از نانوکره‌های نقره با شعاع‌های متفاوت را در تقریب دوقطبی بدست می‌آید. سپس اثر تغییر فاصله جدایی بین نانوکره‌ها روی مدها پلاسمونی این ساختار بررسی می‌شود. سرانجام نتایج روش هیدرودینامیکی با نتایج حد موضعی مقایسه می‌شود. شعاع‌های نانوکره‌ها $R_1 = 5 \text{ nm}$ ، $R_2 = 15 \text{ nm}$ و $\epsilon_b = \epsilon_d = 1$ در نظر گرفته می‌شود. سایر پارامترهای این ساختار عبارت از $\omega_p = 1.39 \times 10^{15} \text{ m s}^{-1}$ ، $v_F = 1.39 \times 10^{15} \text{ m s}^{-1}$ و $9.3891 \times 10^{15} \text{ rad s}^{-1}$ و $3.12 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$ [۱۹، ۴۰-۴۲] هستند. در تقریب دوقطبی $l = 1$ و $m = 0, \pm 1$ است. که در آن، حالت $l = 1, m = 0$ مربوط به برانگیختگی‌های طولی و حالت $l = 1, m = \pm 1$ مربوط به برانگیختگی‌های عرضی است. با استفاده از معادلات (۱۸) و (۱۹)، برای برانگیختگی‌های طولی در تقریب دوقطبی داریم:



$$\alpha_1(R_1)A_{1,0} + K_{1,2,0} \beta_{1,2}(R_1, R_2) B_{1,0} = 0 \quad (23)$$

$$\alpha_1(R_2)B_{1,0} + K_{1,2,0} \beta_{1,2}(R_2, R_1)A_{1,0} = 0$$

از برابر صفر قرار دادن دترمینان ماتریس ضرایب $A_{1,0}$ و $B_{1,0}$ ، معادله زیر بدست می آید.

$$\alpha_1(R_1) \alpha_1(R_2) - (K_{1,2,0})^2 \beta_{1,2}(R_1, R_2) \beta_{1,2}(R_2, R_1) = 0 \quad (24)$$

و برای برانگیختگی های عرضی در تقریب دو قطبی روابط زیر بدست می آید.

$$\alpha_1(R_1)A_{1,\pm 1} + K_{1,2,\pm 1} \beta_{1,2}(R_1, R_2) B_{1,\pm 1} = 0 \quad (25)$$

$$\alpha_1(R_2)B_{1,\pm 1} + K_{1,2,\pm 1} \beta_{1,2}(R_2, R_1)A_{1,\pm 1} = 0$$

همچنین، از برابر صفر قرار دادن دترمینان ماتریس ضرایب $A_{1,\pm 1}$ و $B_{1,\pm 1}$ روابط زیر بدست می آیند.

$$\alpha_1(R_1)\alpha_1(R_2) - (K_{1,2,\pm 1})^2 \beta_{1,2}(R_1, R_2) \beta_{1,2}(R_2, R_1) = 0 \quad (26)$$

در حد موضعی ($\beta \rightarrow 0$) داریم، $i_1(x) = i_1'(x) \approx e^x / (2x)$ ، که با جایگذاری این

عبارت ها در معادله های (۲۴) و (۲۶) معادله زیر بدست می آید.

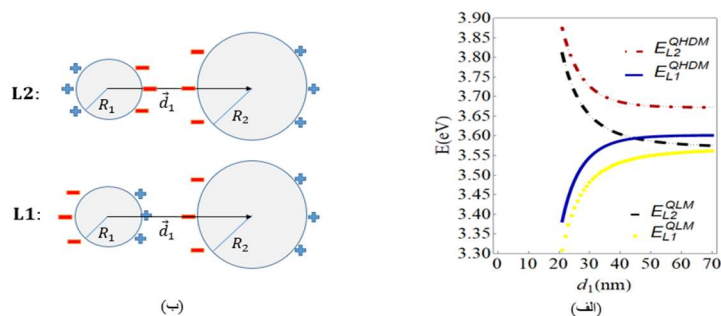
$$\omega^2 = \bar{\omega}_p^2 - \frac{\bar{\omega}_p^2 \left(1 \mp \frac{K_{1,2,m} \sqrt{R_1^3 R_2^3}}{2 d_1^3} \right)}{\frac{\varepsilon_b + 2\varepsilon_d \pm K_{1,2,m} \sqrt{R_1^3 R_2^3}}{2\varepsilon_d} \pm \frac{K_{1,2,m} \sqrt{R_1^3 R_2^3}}{2 d_1^3} \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_d} - 1 \right)} + \frac{\Gamma^2}{4} \quad (27)$$

که در آن، $K_{1,2,m}$ از معادله (۲۰) بدست می آید. اگر $\varepsilon_b = \varepsilon_d = 1$ و میرائی را صفر در نظر بگیریم، معادله (۲۷) با نتایج منبع [۲۶، ۲۷] برابر می شود.

با جایگذاری پارامترهای ساختار دو تایی نقره در معادلات (۲۴) و (۲۶) به ترتیب برانگیختگی های طولی و عرضی این ساختار بدست می آید. در شکل (۲- الف) نمودارهای مدهای پلاسمونی طولی بر حسب فاصله بین دو نانوکره نقره رسم شده است. از این شکل مشاهده می شود که برای هر فاصله بین دو نانوکره دو مد طولی وجود دارد، که مد با انرژی کمتر مد هم فاز (E_{L1}^{QHDM}) و مد با انرژی بیشتر مد ناهم فاز (E_{L2}^{QHDM}) است. با افزایش فاصله بین نانوکره ها انرژی مد هم فاز بیشتر و انرژی مد ناهم فاز کمتر می شود. در فاصله های بسیار دور که بر هم کنش بین دو نانوکره ناچیز است، این ساختار دو مد پلاسمونی دارد که مربوط به دو نانوکره منزوی است. به این صورت که مد با انرژی بیشتر مربوط به نانوکره کوچک و مد با انرژی کمتر مربوط به نانوکره بزرگ است. وضعیت



برانگیختگی‌های مدهای پلاسمونی طولی این سیستم در شکل (۲-ب) به صورت طرح‌وار نشان داده شده است [۱۳، ۱۴، ۳۸، ۳۹ و ۴۳].



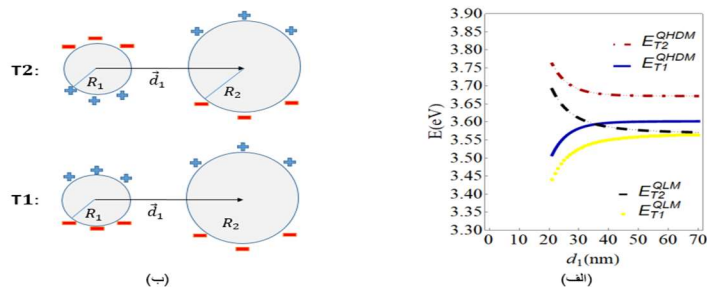
شکل ۲ (الف) نمودار مدهای پلاسمونی طولی بر حسب فاصله بین دو نانوکره نقره، و (ب) شکل طرح‌واره برانگیختگی‌های طولی (پایین) هم‌فاز و (بالا) ناهم‌فاز یک ساختار دوتایی از نانوکره‌های فلزی نزدیک به هم.

نتایج حد موضعی (نتایج روش شبه‌استاتیک موضعی^۱) برای مقایسه با نتایج روش شبه‌استاتیک هیدرودینامیکی دورود در شکل (۲-الف) رسم شده است. همان‌طور که از این شکل مشخص است، انرژی مدهایی که از حد موضعی (معادله ۲۷) بدست می‌آیند، کمتر از انرژی مدهایی است که با در نظر گرفتن پاشندگی فضایی بدست می‌آیند. در نانوکره‌های کوچک پاشندگی فضایی سبب افزایش انرژی برانگیختگی پلاسمون‌ها می‌شود. همچنین از نمودارهای موضعی مشاهده می‌شود که در فاصله‌های بسیار دور انرژی مدهای دو نانوکره با یکدیگر برابر است.

در شکل (۳-الف) نمودارهای مدهای پلاسمونی عرضی بر حسب فاصله بین دو نانوکره نقره رسم شده است. از این نمودارها مشاهده می‌شود که این ساختار دو مد عرضی دارد که مد با انرژی کمتر مد هم‌فاز (E_{T1}^{QHDM}) و مد با انرژی بیشتر مد ناهم‌فاز (E_{T2}^{QHDM}) است. از شکل (۳-الف) مشاهده می‌شود که با افزایش فاصله بین نانوکره‌ها انرژی مد هم‌فاز بیشتر و انرژی مد ناهم‌فاز کمتر می‌شود و در فاصله‌های جدایی بسیار بزرگ، انرژی‌های پلاسمون‌های این ساختار با انرژی‌های پلاسمون‌های دو نانوکره منزوی این ساختار برابر است. به این صورت که مد با انرژی بیشتر مربوط به نانوکره کوچک و مد با انرژی کمتر مربوط به نانوکره بزرگ است. وضعیت برانگیختگی‌های مدهای پلاسمونی عرضی این سیستم در شکل (۳-ب) به طور طرح‌وار نشان داده شده است [۱۳،

^۱ Quasi-static Local Model (QLM)

۱۴، ۳۸، ۳۹ و ۴۳]. همچنین در شکل (۳-الف) نتایج حد موضعی با نتایج روش شبه‌استاتیک هیدرودینامیکی دورود مقایسه شده است.



شکل ۳ (الف) نمودار مدهای پلاسمونی عرضی بر حسب فاصله بین دو نانوکره نقره و (ب) شکل طرحواره برانگیختگی‌های (پایین) هم‌فاز و (بالا) ناهم‌فاز عرضی یک ساختار دوتایی از نانوکره‌های فلزی نزدیک به هم.

از مقایسه نمودارهای مدهای طولی با مدهای عرضی مشاهده می‌شود که برای هر فاصله جدایی بین نانوکره‌ها، اختلاف انرژی بین مدهای هم‌فاز و ناهم‌فاز طولی بیشتر از اختلاف انرژی بین مدهای هم‌فاز و ناهم‌فاز عرضی است. از این رفتار مدهای طولی و عرضی نتیجه می‌شود که برهم‌کنش نانوکره‌ها در حالت برانگیختگی‌های طولی بیشتر از حالت برانگیختگی‌های عرضی است.

۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از روش هیدرودینامیکی دورود مدهای پلاسمونی یک ساختار دوتایی از نانوکره‌های فلزی نزدیک به هم مورد بررسی قرار گرفت. مشاهده شد که این سیستم دو نوع مد هم‌فاز و ناهم‌فاز داشته و هر نوع مد می‌تواند به صورت‌های طولی و عرضی برانگیخته شود. به صورت کلی، در هر نوع برانگیختگی طولی یا عرضی، انرژی مدهای ناهم‌فاز بیشتر از مدهای هم‌فاز است. همچنین در هر فاصله جدایی بین نانوکره‌ها، اختلاف انرژی بین مدهای هم‌فاز و ناهم‌فاز طولی بیشتر از اختلاف انرژی بین مدهای هم‌فاز و ناهم‌فاز عرضی است. همچنین مشاهده شد که با افزایش فاصله جدایی بین نانوکره‌های این ساختار، انرژی مدهای هم‌فاز بیشتر و انرژی مدهای ناهم‌فاز کمتر می‌شود. در فاصله‌های جدایی بسیار بزرگ، مدهای پلاسمونی این ساختار برابر با مدهای پلاسمونی هر یک از نانوکره‌ها است به این ترتیب که مد پلاسمونی با انرژی بیشتر مربوط به نانوکره کوچک‌تر و مد پلاسمونی با انرژی کمتر مربوط به نانوکره بزرگ‌تر است.



با تعمیم این محاسبات می‌توان مدهای پلاسمونی ساختارهای دوره‌ای که شامل ساختارهای دوتایی از نانوکره‌هایی با شعاع‌های متفاوت هستند را بدست آورد. برای مثال، می‌توان مدهای پلاسمونی یک زنجیره‌ی خطی دوره‌ای که شامل ساختارهای مشابه دوتایی از نانوکره‌هایی با شعاع‌های متفاوت هستند را بدست آورد. همچنین از روش هیدرودینامیکی دورود می‌توان برای محاسبه برانگیختگی‌های پلاسمون‌های سطحی در ساختارهای منظم یا نامنظم از نانوکره‌ها، نانوپوسته‌های کروی و نانواستوانه‌های استفاده کرد.

همچنین می‌توان با تعمیم روش هیدرودینامیکی شبه استاتیک از راه وارد کردن اثرات تأخیری ناشی از محدود بودن سرعت نور مدهای پلاسمونی را محاسبه کنیم. در کلی‌ترین حالت می‌توان از روش GNOR برای محاسبه مدهای پلاسمونی استفاده کرد.

۵. تقدیر و تشکر

نویسنده این مقاله از دانشگاه زابل برای حمایت از این کار تحقیقاتی قدردانی می‌نماید. این کار تحقیقاتی تحت پژوهانه دانشگاه زابل (UOZ) به شماره IR-GR-UOZ-7365 انجام شده است.

منابع

- [1] Zayats A. V., Smolyaninov I. I., and Maradudin A. A., "Nano-optics of surface plasmon polaritons", *Physics Reports*, **408**, 131-314, 2005. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2004.11.001>
- [2] Maier.S. A., "Plasmonics: Fundamentals and Applications", *Springer, New York*, 1, 2007. <https://doi.org/10.1007/0-387-37825-1>
- [3] Moradi A., "Canonical Problems in the Theory of Plasmonics", *Springer Cham, Switzerland AG*, 1, 2020. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-43836-4>
- [4] Kravets V. G., Kabashin A. V., Barnes W. L., and Grigorenko A. N., "Plasmonic Surface Lattice Resonances: A Review of Properties and Applications", *Chem. Rev.*, **118**, 5912-51, 2018. <https://doi.org/10.1021/acs.chemrev.8b00243>
- [5] Davis T. J., Gómez D. E., and Roberts A., "Plasmonic circuits for manipulating optical information", *Nanophotonics*, **6**, 543-59, 2016. <https://doi.org/10.1515/nanoph-2016-0131>
- [6] Devaraj V., Lee J. M., Kim Y. J., Jeong H., and Oh J. W., "Engineering Efficient Self-Assembled Plasmonic Nanostructures by Configuring Metallic Nanoparticle's Morphology", *Int. J. Mol. Sci.*, **22**, 10595, 2021. <https://doi.org/10.3390/ijms221910595>
- [7] Crespilho F. N., "Advances in Bioelectrochemistry Volume 5", *Springer Cham, Switzerland AG*, 1, 2023. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-10832-7>
- [8] Lee J.-H., Cho H.-Y., Choi H. K., Lee J.-Y., Choi J.-W., "Application of Gold Nanoparticle to Plasmonic Biosensors", *Int. J. Mol. Sci.*, **19(7)**, 2021, 2018. <https://doi.org/10.3390/ijms19072021>



- [9] Brongersma M. L., Hartman J. W., and Atwater H. A., "Electromagnetic energy transfer and switching in nanoparticle chain arrays below the diffraction limit", *Phys. Rev. B*, **62**, R16356-9, 2000. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.62.R16356>
- [10] Mir M., "Spatial nonlocality effect on the surface plasmon propagation in plasmonic nanospheres waveguide", *J. Phys.: Condens. Matter*, **35**, 205301, 2023. <https://doi.org/10.1088/1361-648X/acc15f>
- [11] Liu H., Ng J., Wang S. B., Hang Z. H., and Zhu S. N., "Strong plasmon coupling between two gold nanospheres on a gold slab", *New J. Phys.*, **13**, 073040, 2011. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/13/7/073040>
- [12] Lerch S., and Reinhard B. M., "Effect of interstitial palladium on plasmon-driven charge transfer in nanoparticle dimers", *Nat. Commun.*, **9**, 1608-2, 2018. <https://doi.org/10.1038/s41467-018-04066-2>
- [13] Armstrong R. E., Horáček M., and Zijlstra P., "Plasmonic Assemblies for Real-Time Single-Molecule Biosensing", *Small*, **16**, 2003934, 2020. <https://doi.org/10.1002/sml.202003934>
- [14] Liu Y. and Zhang X., "Microfluidics-Based Plasmonic Biosensing System Based on Patterned Plasmonic Nanostructure Arrays", *Micromachines*, **12**, 826, 2021. <https://doi.org/10.3390/mi12070826>
- [15] Tingting Y., Liyong J., and Zexiang S., "Recent progress on photoluminescence from plasmonic nanostructures: Phenomenon, mechanism, and application", *Chinese Physics B*, **27**(9), 097803, 2018. <https://doi.org/10.1088/1674-1056/27/9/097803>
- [16] Jiang N., Zhu T., and Hu Y., "Competitive aptasensor with gold nanoparticle dimers and magnetite nanoparticles for SERS-based determination of thrombin", *Microchim Acta*, **186**, 747 2019. <https://doi.org/10.1007/s00604-019-3787-9>
- [17] Abajo F. J. G., "Nonlocal Effects in the Plasmons of Strongly Interacting Nanoparticles, Dimers, and Waveguides", *J. Phys. Chem. C*, **112**, 17983-17987, 2008. <https://doi.org/10.1021/jp807345h>
- [18] David. C. and Abajo. F. J. G., "Spatial Nonlocality in the Optical Response of Metal Nanoparticles", *J. Phys. Chem. C*, **115**, 19470-19475, 2011. <https://doi.org/10.1021/jp204261u>
- [19] Raza S, Bozhevolnyi S. I., Wubs M., and Mortensen N. A., "Nonlocal optical response in metallic nanostructures", *J. Phys.: Condens. Matter*, **27**, 183204, 2015. <https://doi.org/10.1088/0953-8984/27/18/183204>
- [20] Krall N. A. and Trivelpiece A. w., "Principles of Plasma Physics", *IEEE, New York*, **1**, 1974. <https://doi.org/10.1109/TPS.1974.4316834>
- [21] Wubs M., "Classification of scalar and dyadic nonlocal optical response models", *Opt. Express*, **23**, 31296-31312, 2015. <https://doi.org/10.1364/OE.23.031296>
- [22] Pozhela. J. and Germogenova. O. A., "Plasma and Current Instabilities in Semiconductors", *Pergamon Press, Oxford*, **1**, 1981. <https://doi.org/10.1016/C2013-0-05933-6>
- [23] Lucas A. A. and Ronveaux A., "Van der Waals energy between voids in dielectrics", *Phys. Rev. B*, **12**, 5372, 1975. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.12.5372>
- [24] Rupp. R., "Surface modes of two spheres", *Phys. Rev. B*, **26**, 3440, 1982. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.26.3440>
- [25] Clippe P., Evrard R., and Lucas A. A., "Aggregation effect on the infrared absorption spectrum of small ionic crystals", *Phys. Rev. B*, **14**, 1715-1721, 1976. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.14.1715>
- [26] Brako R., Sunjic M., and Sips V., "Dispersion interaction between small crystals", *Solid State Commun.*, **19**, 161-164, 1975. [https://doi.org/10.1016/0038-1098\(76\)90458-0](https://doi.org/10.1016/0038-1098(76)90458-0)
- [27] Olivares I., Rojas R., and Claro F., "Surface modes of a pair of unequal spheres", *Phys. Rev. B*, **35**, 2453-2455, 1987. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.35.2453>



- [28] Schmeits M. and Dambly L., "Fast-electron scattering by bispherical surface-plasmon modes", *Phys. Rev. B*, **44**, 12706–12712, 1991. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.44.12706>
- [29] Nkoma J. S., "Surface modes of two spheres embedded into a third medium", *Surf. Sci.*, **245**, 207–212, 1991. [https://doi.org/10.1016/0039-6028\(91\)90479-C](https://doi.org/10.1016/0039-6028(91)90479-C)
- [30] Nordlander P., Oubre C., Prodan E., Li K., and Stockman M. I., "Plasmon hybridization in nanoparticle dimers", *Nano Lett.*, **4**, 899–903, 2004. <https://doi.org/10.1021/nl049681c>
- [31] Mortensen N. A., Raza S., Wubs M., Søndergaard T., and Bozhevolnyi S. I., "A generalized non-local optical response theory for plasmonic nanostructures", *Nat. Commun.*, **5**, 3809, 2014. <https://doi.org/10.1038/ncomms4809>
- [32] Tserkezis C., Mortensen N. A., and Wubs M., "How nonlocal damping reduces plasmon-enhanced fluorescence in ultranarrow gaps", *Phys. Rev. B*, **96**, 085413, 2017. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.96.085413>
- [33] Tserkezis C., Maack J., Liu Z., Wubs M., and Mortensen N. A., "Robustness of the far-field response of nonlocal plasmonic ensembles", *Sci. Rep.*, **6**, 28441, 2016. <https://doi.org/10.1038/srep28441>
- [34] Tserkezis C., Yan W., Hsieh W., Sun G., Khurgin J. B., Wubs M., and Mortensen N. A., "On the origin of nonlocal damping in plasmonic monomers and dimers", *International Journal of Modern Physics B*, **31**, 24, 2017. <https://doi.org/10.1142/S0217979217400057>
- [35] Fernández-Domínguez A. I., Wiener A., García-Vidal F. J., Maier S. A., and Pendry J. B., "Transformation-Optics Description of Nonlocal Effects in Plasmonic Nanostructures", *Phys. Rev. Lett.*, **108**, 106802, 2012. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.106802>
- [36] Huang K.-J., Qin S.-J., Zhang Z.-P., Ding Z., Bai Z.-C., "Nonlocal and Size-Dependent Dielectric Function for Plasmonic Nanoparticles", *Appl. Sci.*, **9**, 3083, 2019. <https://doi.org/10.3390/app9153083>
- [37] Gasiorowicz S., "Quantum Physics", *John Wiley & Sons*, Inc, Hoboken, 2003. https://www.academia.edu/36604374/_Stephen_Gasiorowicz_Quantum_Physics_3rd_Ed
- [38] Priya S. and Dantham V. R., "Effect of Size-Dependent Damping on Plasmon-Hybridized Modes of Asymmetric Nanosphere Dimers: the Role of Nanogap, Size Ratio, Surrounding Medium, and Substrate", *Plasmonics*, **15**, 2033–2042, 2020. <https://doi.org/10.1007/s11468-020-01216-5>
- [39] Zohar N., Chuntanov. L., Haran G., "The simplest plasmonic molecules: Metal nanoparticle dimers and trimers", *Journal of Photochemistry and Photobiology C: Photochemistry Reviews*, **21**, 26–39, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.jphotochemrev.2014.10.002>
- [40] Ashcroft N. W. and Mermin N. D., "Solid State Physics, Saunders College", *Philadelphia*, 1976. [https://www.scirp.org/\(S\(vtj3fa45qm1ean45vvffcz55\)\)/reference/ReferencesPapers.aspx?ReferenceID=1476522](https://www.scirp.org/(S(vtj3fa45qm1ean45vvffcz55))/reference/ReferencesPapers.aspx?ReferenceID=1476522)
- [41] Weber W. H. and Ford G. W., "Propagation of optical excitations by dipolar interactions in metal nanoparticle chains", *Phys. Rev. B*, **70**, 125429, 2004. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.70.125429>
- [42] Herrera L. J. M., Arboleda D. M., Schinca D. C., and Scaffardi L. B., "Determination of plasma frequency, damping constant, and size distribution from the complex dielectric function of noble metal nanoparticles", *Journal of Applied Physics*, **116**, 233105, 2014. <https://doi.org/10.1063/1.4904349>
- [43] Deng T. S., Parker J., Yifat Y., Shepherd N., and Scherer N. F., "Dark Plasmon Modes in Symmetric Gold Nanoparticle Dimers Illuminated by Focused Cylindrical Vector



Beams", *J. Phys. Chem. C*, **122**, 48, 27662–27672, 2018.
<https://doi.org/10.1021/acs.jpcc.8b10415>



This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-Noncommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0 license) (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).

